



یک روش عددی کاملاً ضمنی برای شبیه‌سازی جریان دوفازی در یک کانال عمودی با استفاده از مدل شار رانشی

آناهیتا حاجی‌زاده^۱، حسین کاظمی‌نژاد*^۲، سعید طالبی^۳

۱. پژوهشکده‌ی راکتور و ایمنی هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران - ایران

۲. پژوهشکده‌ی کاربرد پرتوها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۳۳۶۵-۳۴۸۶، تهران - ایران

۳. دانشکده‌ی مهندسی انرژی و فیزیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، صندوق پستی: ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵، تهران - ایران

چکیده: در این مقاله جریان دوفازی در یک کانال عمودی با استفاده از مدل شار رانشی به صورت کاملاً ضمنی شبیه‌سازی شده است. پایداری بدون شرط و هم‌چنین، دقت مرتبه‌ی دوی نتایج نسبت به زمان از مزایای این روش است. تاکنون از روش نیوتون برای حل دستگاه معادلات غیرخطی حاصل از گسسته‌سازی کاملاً ضمنی معادلات میدانی مدل‌های فیزیکی استفاده شده است. فقدان هم‌گرایی آن بدون حدس اولیه‌ی خوب و تشکیل ماتریس ژاکوبین، معضلاتی را برای پژوهشگران در این زمینه ایجاد کرده است. در این مقاله، با استفاده از الگوریتم سیمپل، روشی کاملاً ضمنی برای شبیه‌سازی جریان دوفازی، ارائه شده است. این روش معضلات مذکور در روش نیوتون را ندارد. برای محدوده‌ی وسیعی از شرایط، پارامترهای کلیدی ترموهیدرولیکی محاسبه شده با این مدل، توافق خوبی با نتایج تجربی و نرم‌افزار ریلپ دارند. با توجه به نتایج، همان‌طور که انتظار می‌رفت، دقت مدل ارائه شده نسبت به زمان از مرتبه‌ی دو است و نیاز به محدودیت گام زمانی برای حفظ پایداری ندارد.

کلیدواژه‌ها: جریان دوفازی، روش کاملاً ضمنی، شار رانشی

A Fully Implicit Numerical Scheme for Simulation of Two Phase Flow in a Vertical Channel Using the Drift Flux Model

A. Hajizadeh¹, H. Kazeminejad*², S. Talebi³

1. Research School of Reactor and Nuclear Safety, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O.Box: 14155-1339, Tehran-Iran

2. Radiation Application Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O.Box: 11365-3486, Tehran-Iran

3. Department of Nuclear Engineering and Physics, Amirkabir University of Technology, P.O.Box: 15875-4413, Tehran - Iran

Abstract: In this paper, a two phase flow in a vertical channel is simulated implicitly using the drift flux model. Unconditional stability and also second order accuracy in time are advantages of the fully implicit approach. So far, Newton's method has been used for solution of the nonlinear system of equations arising from the fully implicit discretization of the physical field equations. Lack of convergence robustness arising from the weak initial guess and the Jacobian matrix construction, have created some difficulties for researchers. In this article, using the SIMPLE algorithm, a fully implicit model for simulation of the two phase flow is provided. The model does not have the two mentioned drawbacks of the Newton's method. For a wide range of conditions, the key thermo-hydraulics parameters obtained by the present model are in good agreement with both the experimental data and the RELAP code results. Based on the performance assessment, the model has a second order accuracy in time and the time step need not be limited to maintain stability.

Keywords: Two Phase Flow, Fully Implicit Scheme, Drift Flux Model



۱. مقدمه

که برای حل آن به تشکیل حدس اولیه‌ی خوب و استفاده از روش‌هایی تحت عنوان روش‌های "جهانی‌سازی"^(۷) نیاز دارد و این موضوع مخصوصاً در مسائل دوفازی که تعیین حدس اولیه‌ی مناسب نیاز به یک سری شبیه‌سازی‌های اولیه دارد، به پیچیدگی مسئله می‌افزاید؛ (۲) برای اجرای این روش، مسئله‌ی تشکیل ماتریسی تحت عنوان "ژاکوبین"^(۸) که شامل مشتقات اول معادلات غیرخطی حاصل از گسسته‌سازی، نسبت به مجهولات مسئله است، پیش می‌آید و محاسبه‌ی آن به دو روش ممکن است: اول، تخمین عددی مشتقات که بسیار زمان‌بر بوده و نیاز به حافظه‌ی زیادی برای ذخیره‌سازی دارد. دوم، مشتق‌گیری تحلیلی که در مسائل پیچیده‌ی دوفازی با حضور روابط تجربی پیچیده برای

مدل‌سازی دقیق فیزیک‌های مرتبط با این مسائل کار بسیار سختی است؛ (۳) با فرض تشکیل ماتریس ژاکوبین، حل دستگاه معادلات خطی حاصل، خود چالش برانگیز است زیرا ماتریس ژاکوبین، حاصل از معادلات میدانی مدل‌های فیزیکی از نوع ماتریس‌های پراکنده^(۹) است. اخیراً روش نیوتون مستقل از ژاکوبین توسعه داده شد تا از مشکلات مربوط به تشکیل ژاکوبین اجتناب شود، اما اجرای این روش نیز با سختی‌هایی همراه است از جمله این که موفقیت این روش قویاً به توسعه‌ی یک پیش‌شرط‌ساز^(۱۰) کارا وابسته است و تکنیک‌های پیش‌شرط‌سازی نیز خود به کاربرد مورد نظر وابسته‌اند و در بعضی موارد تولید آن گران و سخت است. هم‌چنین در روش نیوتون مستقل از ژاکوبین، از تقریب ضرب بردار در ماتریس ژاکوبین استفاده می‌شود که مقداری خطا به این روش اعمال می‌کند [۲، ۸].

در این پژوهش، هدف شبیه‌سازی کاملاً ضمنی یک جریان آب جوشان در یک کانال عمودی است. در این راستا، با توجه به ماهیت تکراری بودن^(۱۱) روش سیمپل، یک روش عددی کاملاً ضمنی توسعه داده شد که مشکلات روش نیوتون را ندارد. بنابراین، حل معادلات با دقتی از مرتبه‌ی دو در بُعد زمان و بدون محدودیت شرط پایداری کورانت- فردریش- لوی مرتبط با روش‌های نیمه‌ضمنی، انجام می‌شود.

برای مدل‌سازی جریان‌های دوفازی، دو مدل کلی شار رانشی^(۱۲) و مدل دو سیالی^(۱۳) وجود دارند. مدل شار رانشی که برای اولین بار زوبر و فیندلی (۱۹۶۵) آن را توسعه دادند [۹]،

مدل‌سازی جریان‌های دوفازی در تحلیل شرایط کاری و حوادث راکتورهای هسته‌ای به خصوص راکتورهای آب جوشان، اهمیت به‌سزایی دارد. از اواسط سال ۱۹۷۰ تاکنون، تعداد بسیاری نرم-افزار از جمله ریلپ^(۱) و تریس^(۲) برای آنالیز ترموهیدرولیکی راکتورهای هسته‌ای توسعه یافته‌اند. در این نرم‌افزارها، روش‌های عددی نیمه‌ضمنی^(۳) که دقت نتایج را به مرتبه‌ی یک محدود می‌کنند استفاده می‌شوند. هم‌چنین برای حفظ پایداری این روش‌ها، رعایت شرط کورانت- فردریش- لوی^(۴) ضروری است [۱].

با توسعه‌ی کامپیوترها، امکان استفاده از روش‌های عددی پیشرفته‌تر مهیا شده است. اخیراً تلاش‌ها به منظور استفاده از روش‌های کاملاً ضمنی^(۵) بیان‌کننده‌ی موفقیت و توانمندی این نوع روش‌ها بوده‌اند [۲]. اهمیت شبیه‌سازی‌های کاملاً ضمنی در مسائل دوفازی مخصوصاً در حالت گذرا عبارتند از: (۱) یک حادثه یا حالت گذرا در راکتورهای هسته‌ای می‌تواند از لحاظ زمانی، گذاری در محدوده‌ی خیلی سریع تا خیلی کند داشته باشد. بنابراین توسعه‌ی روشی که محدودیت گام زمانی نداشته باشد می‌تواند بسیار سودمند باشد. گزینه‌ای که برای این منظور وجود دارد روش کاملاً ضمنی است؛ (۲) دقت محاسبات با استفاده از روش‌های نیمه‌ضمنی در بُعد زمان از مرتبه‌ی یک است، در حالی که در روش‌های کاملاً ضمنی از مرتبه‌ی دو خواهند بود؛ (۳) مدل‌های مورد استفاده در بحث جریان‌های دوفازی (مثل مدل سرعت رانشی و مدل انتقال جرم فازی) تابع پیچیده‌ای از حالت سیال‌اند که

شبیه‌سازی ضمنی آنها بسیار سودمندتر خواهد بود [۳-۷].

با استفاده از روش‌های کاملاً ضمنی برای گسسته‌سازی معادلات حاکم بر فیزیک مورد نظر، دستگاه معادلات غیرخطی حاصل می‌شود که حل آن همواره با چالش همراه بوده است [۲]. پژوهش‌های انجام شده در این راستا، به روش‌هایی چون نیوتون^(۶) برای خطی‌سازی دستگاه معادلات غیرخطی گسسته شده به روش کاملاً ضمنی متکی بوده است که مشکلاتی عدیده‌ای را به همراه دارد. از جمله‌ی مشکلات می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

(۱) روش نیوتون در اکثر موارد با مشکل هم‌گرایی مواجه می‌شود



معادله‌ی تکانه‌ی مخلوط:

$$\frac{\partial \rho_m v_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m v_m^2) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_l}{\rho_m \rho_g} \overline{v_{dj}^2} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_m g_z - \frac{f_m}{2D} \rho_m v_m |v_m| \quad (3)$$

معادله‌ی انرژی- آنتالپی مخلوط:

$$\frac{\partial \rho_m h_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m h_m v_m) = \frac{q_w'' \xi_h}{A} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_g \rho_l \rho_g}{\rho_m} \Delta h_{gl} \overline{v_{dj}} \right) + \frac{\partial P}{\partial t} + \left(v_m + \frac{\alpha_g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_m} \overline{v_{dj}} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \quad (4)$$

در معادلات (۱) تا (۴) متغیرهای فشار، سرعت مخلوط، آنتالپی مخلوط و کسر بخار متغیرهای اولیه هستند که از طریق حل دستگاه معادلات حاصل از گسسته‌سازی، محاسبه می‌شوند.

۲.۲ روابط تکمیلی

با متوسط‌گیری روی سطح، اطلاعات مربوط به تغییر متغیرها در راستای عمود بر جهت جریان در یک کانال اساساً از دست می‌روند. بنابراین در مدل شار رانشی، استفاده از مدل‌ها و روابط تجربی برای پیش‌بینی متغیرهای حالت، سرعت رانشی، آهنگ تبخیر و اصطکاک دوفازی، ضروری است. برای محاسبه‌ی متغیرهای حالت مورد نیاز به عنوان مثال آنتالپی و چگالی فاز مایع و بخار، از روابط گزارش شده‌ی انجمن بین‌المللی برای خواص آب و بخار^(۱۴)، که به صورت تابعی از دما و فشار یا آنتالپی و فشار هستند، استفاده شد [۱۷]. برای محاسبه‌ی دماهای فازی (T_g و T_l) دو گزینه وجود دارد: یکی این که دماهای فازی با هم برابر باشند و دیگر این که فاز گاز در حالت اشباع در نظر گرفته شود. همان‌طور که هیرت و همکاران [۱۸] اشاره کردند، تفاوت چشم‌گیری بین این دو وجود ندارد. بنابراین در این مطالعه، فاز گاز در حالت اشباع در نظر گرفته شد. به این ترتیب $T = T(P, h_l)$ خود به صورت $\rho_l = \rho_l(P, T)$ محاسبه می‌-

برای تخمین کسر بخار در سیستم‌های دوفازی مناسب است. این مدل به طور گسترده در پژوهش‌های هسته‌ای استفاده شده است (به عنوان مثال در نرم‌افزار ریترن و ترک) [۱۰، ۱۱]. طالبی و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از مدل شار رانشی، جریان‌های دوفازی حالت گذرا را در یک کانال عمودی مطالعه کرده‌اند [۱۲]. در نرم‌افزار تپینز، معادلات میدانی مدل شار رانشی با استفاده از روش گاوس- سیدل حل شدند [۱۳]. هم‌چنین مدل شار رانشی در تحلیل زیرکانال‌ها در شبکه‌ی سوخت راکتورهای آب سبک استفاده شده است. به عنوان مثال خان و یی (۱۹۸۵) از مدل شار رانشی برای توسعه‌ی یک نرم‌افزار آنالیز زیرکانال راکتورهای آب جوشان استفاده کردند [۱۴]. از آن‌جا که نتایج نرم‌افزارهای کامپیوتری پیشرفته‌ای که براساس این مدل توسعه یافته‌اند در روند صدور مجوز استفاده می‌شوند [۱۳]، حل دقیق این مدل اهمیت بسیاری دارد.

۲. مدل شار رانشی

۱.۲ معادلات حاکم

مدل شار رانشی، مخلوط را به جای دو فاز جداگانه، به عنوان یک کل در نظر می‌گیرد. ایشی و هیبیکی (۲۰۰۳ و ۲۰۰۶) مدل شار رانشی چهار معادله‌ای یک‌بُعدی را توسعه دادند [۱۵، ۱۶]. مدل شار رانشی یک‌بُعدی در حالت گذرا را می‌توان برحسب چهار معادله‌ی میدانی شامل دو معادله‌ی پیوستگی، یک معادله‌ی تکانه‌ی مخلوط و یک معادله‌ی انرژی مخلوط به صورت زیر بیان کرد [۶، ۱۲، ۱۳]:

معادله‌ی پیوستگی مخلوط:

(۱)

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m v_m) = 0$$

معادله‌ی پیوستگی فاز پراکنده (بخار):

(۲)

$$\frac{\partial \alpha_g \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g v_m) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_g \rho_l}{\rho_m \rho_g} \overline{v_{dj}} \right) = \Gamma$$



کنترلی به گونه‌ای انتخاب شود که مرزهای فیزیکی بر مرزهای حجم کنترلی منطبق باشند. در دینامیک سیالات محاسباتی، شبکه‌ی انتخابی یک شبکه‌ی جابه‌جا شده^(۱۵) است که در آن پارامترهای فشار، آنتالپی و کسر بخار در گره‌های داخل حجم کنترلی، و سرعت یا دبی در گره‌های مرزی حل می‌شوند. با انتگرال‌گیری بر روی حجم کنترلی و استفاده از روش کاملاً ضمنی بازگشتی اوایلر برای زمان، معادلات غیرخطی حاصل می‌شوند. در روش دینامیک سیالات محاسباتی، از روابطی به نام توابع محدودساز برای انتقال پارامترها به نقاط مورد نظر استفاده می‌شود که در این مقاله از روش خلاف جریان^(۱۶) که متداول-ترین آنهاست استفاده شده است. نهایتاً معادلات گسسته شده به صورت‌های زیر است:

معادله‌ی پیوستگی مخلوط:

$$\frac{\rho_{mi}^{n+1} - \rho_{mi}^n}{\Delta t} \Delta z - (\rho_m v_m)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + (\rho_m v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = 0 \quad (7)$$

معادله‌ی پیوستگی فاز پراکنده (بخار):

$$\frac{(\alpha_g \rho_g)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta t} \Delta z - (\rho_g \alpha_g v_m)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + (\rho_g \alpha_g v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l \overline{V}_{dj}}{\rho_m} \right]_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l \overline{V}_{dj}}{\rho_m} \right]_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} - \Gamma_i^{n+1} \Delta z = 0 \quad (8)$$

معادله‌ی تکانه‌ی مخلوط:

$$\frac{(\rho_m v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - (\rho_m v_m)_{i+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t} \Delta z - [\rho_m v_m v_m]_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + [\rho_m v_m v_m]_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \left([P_{i+1} - P_i]^{n+1} + \left(\frac{f_m}{\sqrt{D}} \rho_m (v_m)^2 \Delta z \right)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \rho_{m,i+\frac{1}{2}}^{n+1} g_z \Delta z \right) - \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l \overline{V}_{dj}}{(1-\alpha_g) \rho_m} \right)_{i+1}^{n+1} - \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l \overline{V}_{dj}}{(1-\alpha_g) \rho_m} \right)_i^{n+1} = 0 \quad (9)$$

معادله‌ی انرژی - آنتالپی مخلوط:

شود. بنابراین با توجه به روابطی که انجمن بین‌المللی برای خواص آب و بخار گزارش کرده است می‌توان ρ_l را به صورت تابعی از فشار و آنتالپی مایع به دست آورد. آنتالپی مایع نیز از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

(۵)

$$h_l = \frac{h_m - x_g h_g}{1 - x_g}$$

برای محاسبه‌ی h_g و ρ_g نیز از روابط اشباع آنها استفاده می‌شود: $h_g = h_g^s(p)$ و $\rho_g = \rho_g^s(p)$ و نهایتاً ρ_m از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\rho_m = (1 - \alpha_g) \rho_l + \alpha_g \rho_l \quad (6)$$

برای پیش‌بینی اُفت فشار اصطکاکی در جریان‌های دوفازی، رابطه‌ی سان و میشلما [۱۹] براساس صحت‌سنجی‌های انجام شده با استفاده از داده‌های وسیع تجربی بهترین گزینه است [۲۰]. در رابطه با پیش‌بینی آهنگ تبخیر در ابتدا نیاز به محاسبه‌ی آهنگ تبخیر روی دیواره و انتقال جرم مرزی است. از مدل لاهی [۲۱] برای تعیین آهنگ تبخیر روی دیواره، و از مدل ارائه شده‌ی اندرسون و همکاران (۲۰۰۷) برای محاسبه‌ی انتقال جرم مرزی استفاده شده است [۲۲]. از آن‌جا که این روابط تابعی از رژیم جریان هستند بنابراین از معیار انتقال رژیم‌های جریان اندرسون و همکاران (۲۰۰۷) استفاده شده است [۲۲]. برای محاسبه‌ی کیفیت بخار، مدل لوی [۲۳] و نهایتاً برای سرعت رانشی، مدل چکسال-للوچه به کار گرفته شده‌اند [۲۴].

۳. روش حجم محدود و روش بازگشتی اوایلر برای گسسته‌سازی معادلات

اولین قدم در روش حجم محدود، تقسیم فضای فیزیکی به حجم‌های کنترلی است. برای این کار ابتدا گره‌هایی در فضا در نظر گرفته می‌شود. مرزهای (یا وجوه) احجام کنترلی، بین گره-های مجاور قرار دارند [۲۵]. بنابراین هر گره با یک سلول یا حجم کنترلی احاطه می‌شود. معمول است که در مرزها، حجم



$$\left\{ \rho_{mi}^k \frac{\Delta z}{\Delta t} + (\rho_m v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \right\} h_{mi}^{k+1} - \left\{ \rho_m v_m \right\}_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} h_{mi}^{k+1} =$$

$$\left(\frac{\xi_h}{A} \right) q_w^k \Delta z + (P_i^{k+1} - P_i^n) \frac{\Delta z}{\Delta t} + \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \Delta h_{lg} \overline{V}_{dj} \right)_{i-\frac{1}{2}}^k -$$

$$\left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \Delta h_{lg} \overline{V}_{dj} \right)_{i+\frac{1}{2}}^k + v_{mi}^{k+1} \left(P_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - P_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} \right) +$$

$$\left(\frac{\alpha_g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_m} \overline{V}_{dj} \right)_i^k \left(P_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - P_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} \right) +$$

$$\frac{P_i^{k+1} - P_i^n}{\Delta t} \Delta z + (\rho_m h_m)_i^n \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad (12)$$

۱.۳ جفت‌سازی فشار و سرعت

در الگوریتم سیمپل برای جفت‌سازی فشار و سرعت از معادله‌ی سرعت به صورت زیر استفاده می‌شود [۲۶]:
ابتدا مقداری برای فشار به صورت P^* حدس زده می‌شود، سپس با استفاده از معادله‌ی تکانه‌ی (۹)، سرعت تقریبی v_m^* محاسبه می‌شود:

$$\left(\rho_{m_{i+\frac{1}{2}}}^k \frac{\Delta z}{\Delta t} + \left[\rho_{m_{i+\frac{1}{2}}} v_{m_{i+\frac{1}{2}}} \right]^k \right) v_{m_{i+\frac{1}{2}}}^{*k+1} - \left[\rho_{m_{i-\frac{1}{2}}} v_{m_{i-\frac{1}{2}}} \right]^k v_{m_{i-\frac{1}{2}}}^{*k+1} = -[P_{i+\frac{1}{2}}^* - P_{i-\frac{1}{2}}^*]^k -$$

$$\left(\frac{f_m}{2D} \rho_m (v_m)^r \Delta z \right)_{i+\frac{1}{2}}^k - \rho_{m_{i+\frac{1}{2}}}^k g_z \Delta z - \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{(1-\alpha_g) \rho_m} \overline{V}_{dj} \right)_{i+\frac{1}{2}}^k +$$

$$\left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{(1-\alpha_g) \rho_m} \overline{V}_{dj} \right)_i^k - \left[\frac{1}{2} \psi(r_{i+\frac{1}{2}}^{G_m}) \left(G_{m_{i+\frac{1}{2}}} - G_{m_{i-\frac{1}{2}}} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}}^k v_{m_{i+\frac{1}{2}}}^k +$$

$$\left[\frac{1}{2} \psi(r_{i+\frac{1}{2}}^{G_m}) \left(G_{m_{i+\frac{1}{2}}} - G_{m_{i-\frac{1}{2}}} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}}^k v_{m_{i+\frac{1}{2}}}^k + (\rho_m v_m)_{i+\frac{1}{2}}^n \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad (13)$$

از آنجا که P^* و v_m^* مقادیر حدسی برای فشار و سرعت هستند، باید آنها را تصحیح کرد:

$$\frac{(\rho_m h_m)_i^{n+1} - (\rho_m h_m)_i^n}{\Delta t} \Delta z - (\rho_m h_m v_m)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + (\rho_m h_m v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} -$$

$$\left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \Delta h_{lg} \overline{V}_{dj} \right)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \Delta h_{lg} \overline{V}_{dj} \right)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} -$$

$$v_{mi}^{n+1} \left(P_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - P_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \right) - \left(\frac{\alpha_g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_m} \overline{V}_{dj} \right)_i^{n+1} \left(P_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - P_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \right) -$$

$$\left(\frac{\xi_h}{A} \right) q_w^{n+1} \Delta z - \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} \Delta z = 0 \quad (10)$$

با توجه به این که در روش سیمپل، معادلات به کمک یک الگوریتم تکرار حل می‌شوند [۲۶، ۲۵]، معادلات به این ترتیب خطی شدند که جملات شامل پارامترهای اولیه در یک طرف تساوی، و بقیه در طرف دیگر تساوی قرار داده شدند. برای محاسبه‌ی ضرایب مرتبط و جملاتی که در طرف دیگر تساوی قرار داده شده‌اند، از مقادیر پارامترها در تکرار قبل (نه گام زمانی قبل) استفاده شد. بنابراین، در معادلات گسسته شده، به جای $n+1$ ، از $k+1$ برای مرحله‌ی تکرار جدید، و k برای مرحله‌ی تکرار قبلی استفاده شد. در روش سیمپل معادله‌ی تکانه و پیوستگی مخلوط از طریق روش‌های جفت‌سازی فشار-سرعت که توضیح داده خواهد شد حل می‌شوند. برای پارامترهای کسر بخار و آنتالپی مخلوط با استفاده از معادلات (۸) و (۱۰):

معادله‌ی پیوستگی فاز پراکنده (بخار):

$$\left\{ \left(\rho_{gi}^{k+1} \frac{\Delta z}{\Delta t} \right) + (\rho_g v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \right\} \alpha_{gi}^{k+1} - \left\{ (\rho_g v_m)_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} \right\} \alpha_{g_{i-1}}^{k+1} =$$

$$\Gamma_i^k \Delta z - \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V}_{dj} \right]_{i+\frac{1}{2}}^k + \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V}_{dj} \right]_{i-\frac{1}{2}}^k + (\alpha_g \rho_g)_i^n \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad (11)$$

معادله‌ی انرژی-آنتالپی مخلوط:



$$A_{i,i+1}^{\delta P} = - \frac{\rho_{m,i+\frac{1}{2}}^k}{\left(\rho_{m,i+\frac{1}{2}}^k \frac{\Delta z}{\Delta t} + \left[\rho_{m,i+\frac{1}{2}} v_{mi+1} \right]^k \right)}$$

$$A_{i,i-1}^{\delta P} = - \frac{\rho_{m,i-\frac{1}{2}}^k}{\left(\rho_{m,i-\frac{1}{2}}^k \frac{\Delta z}{\Delta t} + \left[\rho_{m,i-\frac{1}{2}} v_{mi} \right]^k \right)}$$

$$A_{i,i}^{\delta P} = -A_{i,i+1}^{\delta P} - A_{i,i-1}^{\delta P}$$

$$f^{\delta P} (P, v_m, \alpha_g, h_m) = \frac{\rho_{mi}^n - \rho_{mi}^k}{\Delta t} \Delta z \quad (19)$$

۲.۳ روش سیمپل

وراستیج و همکارانش (۱۹۹۶) روش سیمپل را که از نوع روش‌های تکرار است ارائه کرده‌اند [۲۵، ۲۶]. در این روش ابتدا یک حدس اولیه‌ی برای متغیرهای اولیه‌ی مسئله نیاز است که برابر با مقادیر به دست آمده در تکرار قبل در نظر گرفته می‌شود. سپس پارامترهای دیگر که در معادلات ظاهر می‌شوند با استفاده از روابط و مدل‌های تکمیلی به دست می‌آیند. با قرار دادن این متغیرها در معادلات گسسته‌سازی شده، ابتدا معادله‌ی تکانه حل، و سرعت محاسبه می‌شود. از آنجا که در این معادله برای فشار یک مقدار حدسی در نظر گرفته شد، بنابراین معادله‌ی پیوستگی برقرار

نمی‌شود. در نتیجه با استفاده از معادله‌ی (۱۴) مقدار تصحیحی برای فشار، و با استفاده از معادله‌ی (۱۳) مقدار تصحیحی برای سرعت به دست می‌آید. این روند تا هم‌گرایی متغیرهای سرعت و فشار تکرار می‌شود. سپس این مقادیر در بقیه‌ی معادلات قرار داده، و دو پارامتر دیگر یعنی آنتالپی مخلوط و کسر بخار تعیین می‌شوند. این فرایند در هر گام زمانی آنقدر تکرار می‌شود تا تمام پارامترهای اصلی یعنی فشار، سرعت مخلوط، آنتالپی مخلوط و کسر بخار هم‌گرا شوند. الگوریتم سیمپل در شکل ۱ نشان داده شده است.

$$P = P^* + \delta P \quad (14)$$

$$v_m = v_m^* + \delta v_m \quad (15)$$

اگر فرض کنیم P^* و v_m^* حدس‌های نزدیکی از مقادیر واقعی P و v_m باشند، هر دو دسته متغیر باید در معادله‌ی سرعت صدق کنند. با جاگذاری هر دو دسته متغیرها در معادله‌ی سرعت، و تفریق دو معادله‌ی حاصل، رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\left(\rho_{m,i+\frac{1}{2}}^k \frac{\Delta z}{\Delta t} + \left[\rho_{m,i+\frac{1}{2}} v_{mi+1} \right]^k \right) \delta v_{m,i+\frac{1}{2}} = \left(\left[\rho_{m,i-\frac{1}{2}} v_{mi-1} \right]^k \right) \delta v_{m,i-\frac{1}{2}} - (\delta P_{i+1} - \delta P_i) \quad (16)$$

در روش سیمپل از جمله‌ی اول سمت راست چشم‌پوشی می‌شود و نهایتاً رابطه‌ی زیر برای تصحیح سرعت به دست می‌آید:

$$v_{m,i+\frac{1}{2}} = v_{m,i+\frac{1}{2}}^* - \frac{1}{\left(\rho_{m,i+\frac{1}{2}}^k \frac{\Delta z}{\Delta t} + \left[\rho_{m,i+\frac{1}{2}} v_{mi+1} \right]^k \right)} (\delta P_{i+1} - \delta P_i) \quad (17)$$

همان‌طور که دیده می‌شود، برای استفاده از رابطه‌ی فوق به δP نیاز است. در روش سیمپل رابطه‌ی تصحیحی برای فشار با توجه به این موضوع به دست می‌آید که متغیرهای فشار و سرعت، علاوه بر معادله‌ی سرعت باید در معادله‌ی جرم مخلوط نیز صدق کنند. با جاگذاری رابطه‌ی تصحیحی سرعت در معادله‌ی پیوستگی جرم مخلوط، رابطه‌ی زیر برای تصحیحی فشار به دست می‌آید:

$$(18)$$

$$A_{i,i}^P \delta P_i + A_{i,i+1}^P \delta P_{i+1} + A_{i,i-1}^P \delta P_{i-1} = S_i^P$$

که در آن:



مربوط به کسر بخار هدف، صحت‌سنجی پارامترهای دیگری که خروجی مدل را تشکیل می‌دادند، شامل v_m ، h_m و h را دربردارد. بنابراین از روش دوم صحت‌سنجی، یعنی مقایسه با یک نرم‌افزار معتبر، استفاده شد. نرم‌افزار ریلپ [۲۹] از جمله افزارهای بسیار قوی و محبوب در شبیه‌سازی ترموهیدرولیک راکتورهای هسته‌ای است و در مراحل مختلف طراحی راکتورهای هسته‌ای آب سبک استفاده می‌شود. پژوهش‌های گسترده‌ای نیز در رابطه با صحت‌سنجی این نرم‌افزار در منابع گزارش شده‌اند که نشان از توانمندی آن در شبیه‌سازی راکتورهای هسته‌ای آب سبک و مخصوصاً جریان‌های آب جوشان است [۳۰، ۳۱]. دگال و چاکر (۲۰۱۰) یک بررسی در مورد توانمندی این نرم‌افزار در شبیه‌سازی دوفازی در یک لوله‌ی عمودی

انجام داده‌اند که مؤید توانمندی آن در شبیه‌سازی‌های موردنظر است [۳۲]. این نرم‌افزار برای مدل‌سازی جریان‌های دوفازی، یک معادله‌ی حالت و پنج معادله‌ی دیفرانسیلی را با فرض تعادل ترمودینامیکی حل

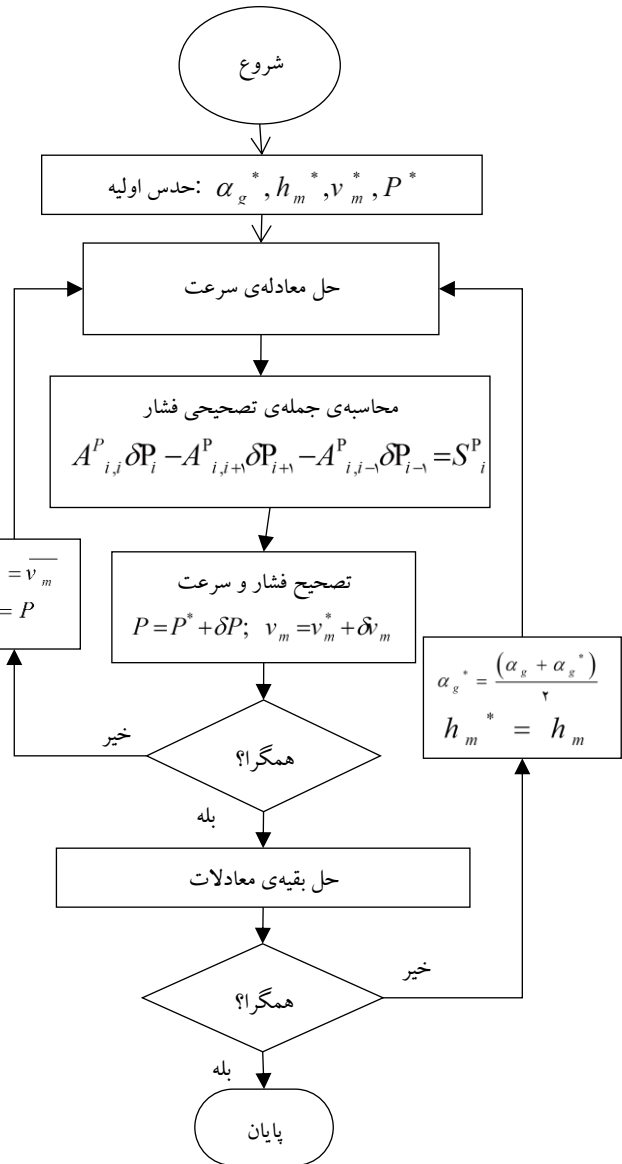
می‌کند. این معادلات شامل معادلات پیوستگی مخلوط، تکانه، آنتالپی مخلوط و دو معادله‌ی پیوستگی برای هر فاز است. برای این محاسبات، نرم‌افزار ریلپ از یک روش نیمه‌ضمنی استفاده می‌کند. برای صحت‌سنجی نتایجی که گزارش‌های تجربی برای آنها در دسترس نبود، در این مقاله، از نرم‌افزار ریلپ استفاده شده است.

چهار حالت مختلف برای صحت‌سنجی نتایج از آزمایش‌های بارتولومی انتخاب شدند. این حالت‌ها به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که محدوده‌ی وسیعی از شرایط شامل فشار بین ۴٫۵ تا ۱۴٫۷ MPa، دبی بین ۹۰۰ تا ۲۰۱۴ kg/m²s و شار گرمایی دیواره بین ۳۸۰ تا ۱۷۰۰ kW/m² را در برداشته باشند. در جدول ۱ حالت‌های موردنظر و شرایط مربوط ارائه شده‌اند. برای حدس اولیه در حالت پایدار از شرایط مرزی مندرج در جدول ۱ استفاده شد، بنابراین وابستگی مکانی پارامترها در حدس اولیه در نظر گرفته نشد. با وجودی که یک حدس اولیه‌ی خام استفاده شده است، مدل کاملاً ضمنی توسعه داده شده در این مقاله با مشکل هم‌گرایی مواجه نشد.

۴. نتایج و بحث

۱.۴ نتایج مدل‌سازی حالت پایدار

در شکل ۲ نتایج فشار، دما و سرعت با نتایج کد ریلپ مقایسه شده‌اند. لازم به توضیح است که روند تغییرات فشار، دما و سرعت در حالت‌های مورد مطالعه، تفاوت چشم‌گیری نداشته است و نکته‌ای با رسم تمامی آنها عاید نمی‌شود. بنابراین نتایج برای این سه متغیر در



شکل ۱. الگوریتم سیمپل.

۳.۳ صحت‌سنجی

قسمت نهایی کار صحت‌سنجی نتایج است. سه روش کلی برای صحت‌سنجی یک مدل عددی جدید وجود دارد: (۱) مقایسه‌ی نتایج با داده‌های تجربی؛ (۲) مقایسه‌ی نتایج با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مسئله‌ی مورد نظر به وسیله‌ی یک نرم‌افزار معتبر؛ (۳) مقایسه‌ی نتایج با حل تحلیلی مسئله. از آن‌جا که حل تحلیلی مسئله‌ی پیچیده‌ی دوفازی بسیار طاقت فرسا و اغلب غیرممکن است، دو روش اول به طور گسترده استفاده می‌شوند. بارتولومی و همکاران [۲۷، ۲۸] کارهای تجربی بسیاری انجام داده‌اند و نتایج ارائه شده‌ی آنها در بسیاری از مقالات برای صحت‌سنجی مدل‌های دوفازی استفاده می‌شوند

[۶، ۱۲]. داده‌های گزارش شده‌ی آنها تنها شامل کسر بخار برحسب کیفیت تعادلی است. در این مقاله علاوه بر صحت‌سنجی نتایج

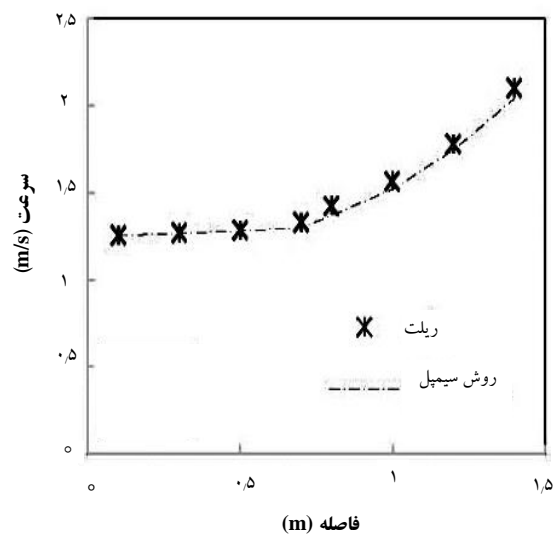
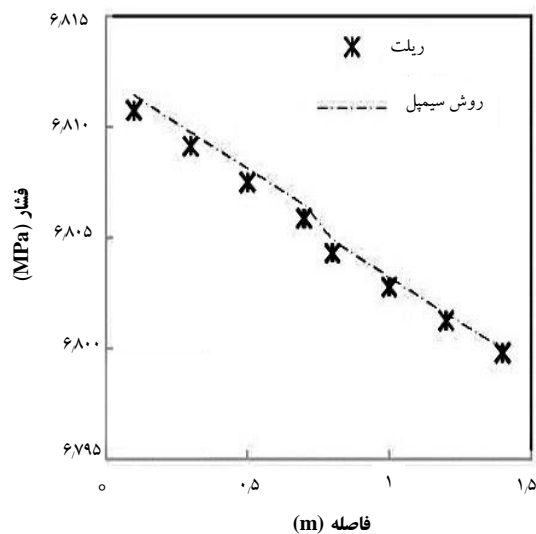


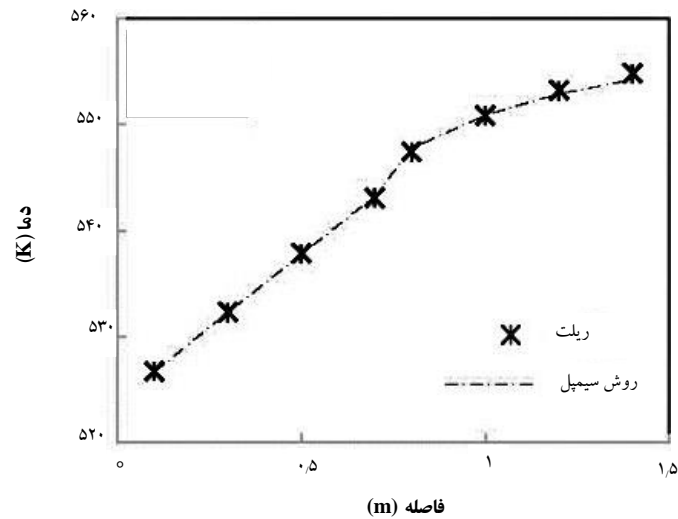
مقاله فرض می‌شود که فاز بخار در حالت اشباع و فاز مایع در دمایی کم‌تر از دمای اشباع باشد. دمای فاز مایع در این مقاله با استفاده از روابط گزارش شده‌ی انجمن بین‌المللی برای خواص آب و بخار به صورت تابعی از فشار و آنتالپی مایع محاسبه شده است. نتایج نشان داده شده در شکل ۲ برای دما، توافق بسیار خوبی با نتایج ریلپ دارد. مهم‌ترین پارامتر در جریان‌های دوفازی، کسر بخار است. در شکل ۳، نتایج کسر بخار، داده‌های تجربی و نتایج شبیه‌سازی ریلپ برحسب کیفیت بخار برای حالت‌های مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، نتایج کسر بخار تطبیق خوبی با نتایج تجربی و نتایج ریلپ دارند. اختلاف اندک می‌تواند به دلیل ماهیت تصادفی جریان‌های دوفازی باشد. تطبیق خوب نتایج کسر بخار در مقایسه با داده‌های تجربی مؤید صحت مدل‌های مورد استفاده و دقت روش توسعه داده در این مقاله است.

یک نمودار و تنها برای حالت مورد مطالعه‌ی اول ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، روند تغییرات فشار در دو مورد شبیه‌سازی با نرم‌افزار ریلپ و روش کاملاً ضمنی سیمپل یکسان است. اما اختلاف اندک می‌تواند مربوط به تفاوت مدل‌های آفت فشار باشد. تغییرات فشار از مرتبه‌ی یک هزارم مگاپاسکال است که در مقایسه با فشار سیستم بسیار ناچیز است. در حالت پایدار، طبق معادله‌ی پیوستگی (قانون بقای جرم)، دبی (حاصل ضرب جرم مخلوط در سرعت مخلوط) در طول کانال ثابت می‌ماند. جرم مخلوط به روش توضیح داده شده‌ی قبلی [روابط (۵) و (۶)] به صورت تابعی از فشار و آنتالپی به دست می‌آید که با توجه به کاهش فشار و افزایش دما باید کاهش یابد. بنابراین چگالی کاهش می‌یابد و با توجه به کاهش چگالی، سرعت مخلوط طبیعتاً افزایشی می‌شود که شکل ۲ نیز مؤید این موضوع است. روند پیش‌بینی شده در روش سیمپل که در این مقاله توسعه داده شده است و نتایج ریلپ بسیار مشابه‌اند. همان‌طور که پیش‌تر توضیح داده شد، در این

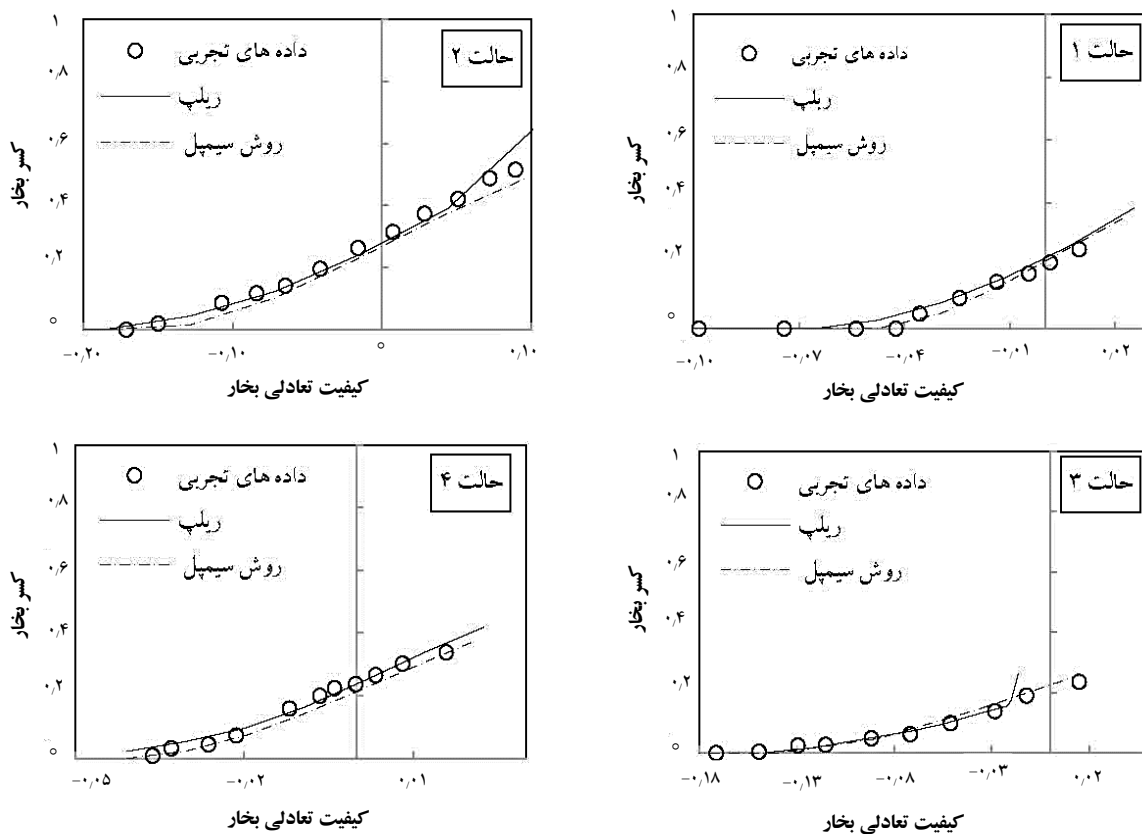
جدول ۱. حالت‌های مختلف تجربی

شماره حالت	فشار (bar)	دبی (kg/m ³ s)	دمای ورودی (K)	شار گرمایی دیواره (kW/m ²)	قطر ترمویدرولیکی (m)	طول مرجع (m)
۱	۶۸	۹۹۸	۵۲۱	۴۴۰	۰٫۰۱۲	۱٫۵ [۲۷]
۲	۱۰۸	۹۶۶	۵۰۲	۱۱۳۰	۰٫۰۱۲	۱٫۵ [۲۷]
۳	۱۴۷	۲۰۱۴	۵۴۵	۱۷۰۰	۰٫۰۱۲	۱٫۵ [۲۷]
۴	۴۵	۹۰۰	۵۱۳	۳۸۰	۰٫۰۲۴	۲ [۲۸]





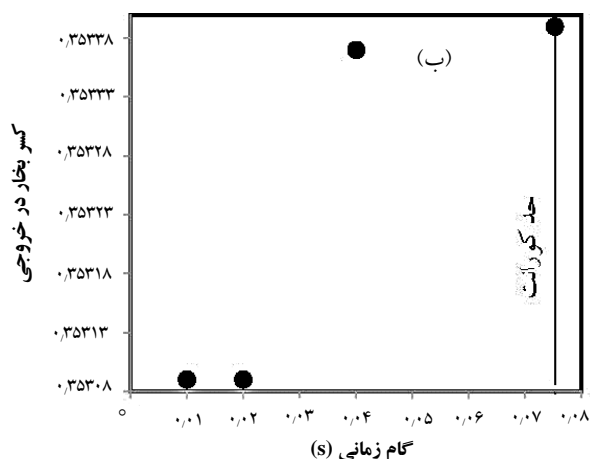
شکل ۲. مقایسه‌ی دما، سرعت و فشار محاسبه شده با روش سیمپل و نتایج نرم‌افزار ریلپ برای حالت ۱.



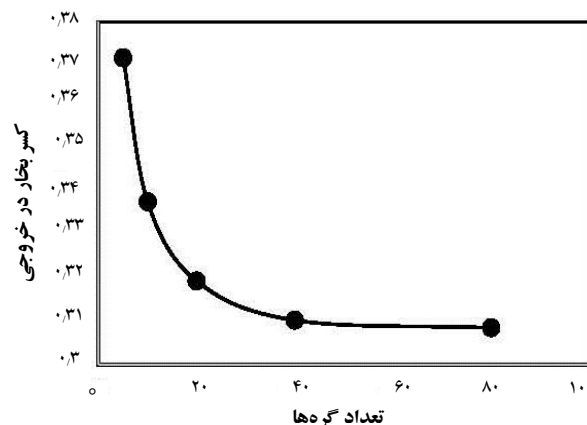
شکل ۳. مقایسه‌ی کسر بخار محاسبه شده با روش سیمپل با داده‌های تجربی [۲۷] و نتایج نرم‌افزار ریلپ.

محاسبه شد. واضح است که محدوده‌ی تغییر نتایج برای این پارامتر از مرتبه‌ی صدم است که از مرتبه‌ی حداکثر خطای نتایج تجربی ارائه شده‌ی بارتولومی یعنی ± 0.04 کم‌تر است [۶، ۲۷، ۲۸].

در نهایت برای بررسی استقلال نتایج از تعداد گره‌ها، نمودار استقلال از شبکه در شکل ۴ ارائه شده است. برای رسم این نمودار، مقدار خروجی کسر بخار به عنوان متغیر کلیدی در شبیه‌سازی‌های دو فاز برای تعداد گره‌های ۵، ۱۰، ۲۰، ۴۰ و ۸۰



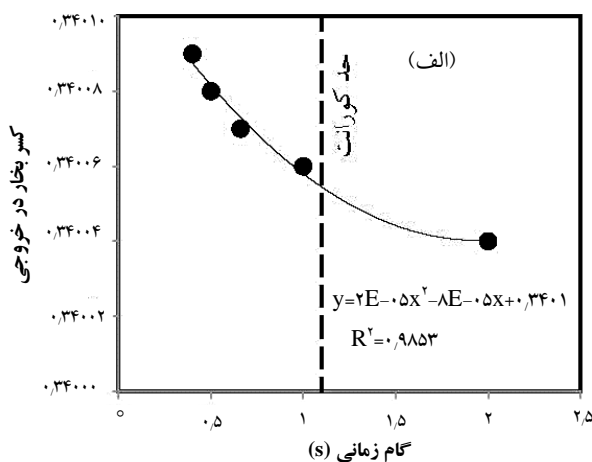
شکل ۵. کسر بخار در خروجی نسبت به گام زمانی، (الف) سیمپل، (ب) نرم‌افزار ریلپ.



شکل ۴. نمودار مستقل از شبکه.

۲.۴ نتایج مدل‌سازی حالت‌های گذرا

با توجه به این که مدل ارائه شده در این مقاله، معادلات شار رانشی را به صورت کاملاً ضمنی حل می‌کند، انتظار می‌رود نتایج برحسب متغیر زمان، دقتی از مرتبه‌ی ۲ داشته باشد و گام زمانی محدود به حد کورانت-فردریش-لوی نباشد. برای بررسی این موضوع فرض شده است که در حالت ۱ ارائه شده در جدول ۱، توان از ۴۰۰ تا ۴۴۰ kW طی ۱۰s افزایش یابد. کسر بخار در انتهای حالت گذرا و در آخرین گره برحسب دیفرانسیل زمانی در شکل ۵ نشان داده شده است. نمودار مشابه برای نرم‌افزار ریلپ برای مقایسه‌ی دو روش، یکی کاملاً ضمنی توسعه داده شده در این مقاله، و دیگری نیمه‌ضمنی مورد استفاده در نرم‌افزار ریلپ، ارائه شد و حد کورانت-فردریش-لوی در نمودارها نشان داده شد تا نوآوری کار انجام شده در شبیه‌سازی‌های ضمنی بارزتر شود. طبق این دو نمودار نتایج زیر حاصل می‌شود:



۱. تغییرات نتایج محاسبات کسر بخار در آخرین گره و آخرین گام زمانی در روش سیمپل توسعه داده شده به عنوان یک روش کاملاً ضمنی از مرتبه‌ی صد هزارم است، در حالی که این مقدار برای روش نیمه‌ضمنی مورد استفاده در نرم‌افزار ریلپ از مرتبه‌ی هزارم است. این موضوع بیان‌گر وابستگی کم‌تر نتایج به گام زمانی انتخابی در روش کاملاً ضمنی است.
۲. روش توسعه داده شده در این مقاله ماهیت کاملاً ضمنی دارد، بنابراین گام زمانی به حد کورانت-فردریش-لوی برای حفظ پایداری محدود نیست. در حالی که گام زمانی در روش نیمه‌ضمنی مورد استفاده در نرم‌افزار ریلپ به دلیل غیرضمنی بودنش برای حفظ پایداری به حد کورانت-فردریش-لوی محدود است. از فواید روش‌های کاملاً ضمنی نسبت به روش‌های نیمه‌ضمنی آن است که به راحتی می‌توان با توجه به نوع حالت گذرا، گام زمانی را به اندازه‌ی کافی بزرگ انتخاب کرد و نتایج قابل قبولی با این گام زمانی به دست آورد.
۳. روند تغییرات نتایج حاصل برای کسر بخار در آخرین گره و آخرین گام زمانی در روش کاملاً ضمنی توسعه داده شده، یک روند مشخص است به طوری که می‌توان به راحتی یک تابع درجه‌ی دو روی آن برازش کرد در حالی که این روند در مورد روش نیمه‌ضمنی یک روند یکنواخت نیست. این مسئله‌ی مرتبه‌ی دو، دقت روش توسعه داده شده



سرعت (m/s)	v
فشار (Pa)	P
شار گرمایی (W/m^2)	q^*
دما (K)	T
زمان (s)	t
سرعت رانشی (m/s)	V_{dj}
راستای محوری (m)	Z

علائم یونانی

کسر بخار	α
جمله‌ی تصحیحی	δ
انتقال جرم مرزی ($kg/m^2.s$)	Γ
عملگر تفاضلی	Δ
محیط گرم شده (m)	ξ
چگالی (kg/m^3)	ρ

زیرنویس

فاز بخار	g
فاز مایع	l
مخلوط	m
دیواره	W

بالانویس

شماره‌ی گره‌های محوری	i
شماره‌ی تکرار	k
گام زمانی	n
متغیر حدسی	*

در این مقاله را در بُعد زمان نشان می‌دهد که علت آن ماهیت کاملاً ضمنی این روش است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از الگوریتم سیمپل که یکی از الگوریتم‌های متداول در دینامیک سیالات محاسباتی است، مدلی برای محاسبه‌ی پارامترهای ترموهیدرولیکی یک جریان دوفازی در یک کانال عمودی ارائه شده است. در این مدل، معادلات شار رانشی دوفازی که شامل چهار معادله‌ی پیوستگی جرم، تکانه، آنتالپی و کسر بخار است به روش کاملاً ضمنی گسسته‌سازی، و یک دستگاه معادلات غیرخطی حاصل شد. با استفاده از الگوریتم سیمپل، دستگاه معادلات غیرخطی، خطی‌سازی و حل شد. در این روش برای خطی‌سازی نیازی به تشکیل ماتریس ژاکوبین نیست و بنابراین مشکلات مربوط در این روش ظاهر نمی‌شود و هم‌گرایی نتایج، آن‌چنان که برای روش نیوتون انتظار می‌رود، وابسته به حدس اولیه‌ی خوب نیست. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، دقت مدل ارائه شده نسبت به زمان از مرتبه‌ی دو بوده است و گام زمانی در این مدل برای پایداری، محدود به شرط پایداری نیست. برای محدوده‌ی وسیعی از شرایط مدل‌سازی شده، پارامترهای کلیدی ترموهیدرولیکی، سازگاری خوبی با نتایج تجربی و نرم‌افزار ریلپ دارند. تطابق خوب نتایج با داده‌های تجربی و نتایج نرم‌افزار ریلپ، صحت مدل ارائه شده را تصدیق می‌کند.

پی‌نوشت‌ها

1. RELAP
2. TRAC
3. Semi-Implicit
4. Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)
5. Fully Implicit
6. Newton Method
7. Globalization
8. Jacobian Matrix
9. Sparse Matrix
10. Preconditioner
11. Iterative
12. Drift Flux Model

فهرست علائم

علائم لاتین

ماتریس ضرایب	A
قطر (m)	D
ضریب اصطکاک	f
بردار گرانش (m/s^2)	g_z
آنتالپی (J/kg)	h



- [4] C. Frepoli, H. Mahaffy, J. Ohkawa, Notes on the implementation of a fully implicit numerical scheme for a two-phase three-field flow model, *Nucl. Eng. Des.* **225** (2003) 191-217.
- [5] L. Zou, H. Zhao, H. Zhang, On the analytical solutions and numerical verifications of the two-phase water faucet problem, In: 16th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-hydraulics, August 30, September 4, Chicago, Illinois, USA, 2015.
- [6] L. Zou, H. Zhao, H. Zhang, Numerical implementation, verification and validation of two-phase flow four-equation drift flux model with Jacobian-free Newton-Krylov method, *Ann. Nucl. Energy.* **87(2)** (2016) 707-719.
- [7] R.A. Abu Saleem, T. Kozlowski, Development of accurate and stable two phase two-fluid model solver. In: Proceedings of ICAPP, Charlotte, USA, April 6-9 (2014).
- [8] W. Xu, TH.F Coleman, Solving nonlinear equations with the Newton-Krylov method based on automatic differentiation, *Optim. Method. Softw.* **29(1)** (2014) 88-101.
- [9] N. Zuber, J.A. Findlay, Average volumetric concentration in two-phase flow systems, *J. Heat. Transf.* **87** (1965) 453-468.
- [10] RETRAN-3D- A Program for Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Complex Fluid Flow Systems: Volume 1: Theory and Numerics (Revision 3) NP-7450- V1R3.
- [11] S. Gao, D.C. Leslie, G.F. Hewitt, Improvements to the modelling of two-phase flow and heat transfer in a transient nuclear reactor analysis code. *Appl. Therm. Eng.* **28** (2008) 915-922.
- [12] S. Talebi, H. Kazeminejad, H. Davilua, A numerical technique for analysis of transient two-phase flow in a vertical tube using the drift flux model, *Nucl Eng. Des.* **242** (2012) 316-322.
- [13] Y.G. Lee, G.Ch. Park, TAPINS: A thermal-hydraulic system code for transient analysis of a fully-passive integral PWR, *Nucl. Eng. Technol.* **45(4)** (2013) 439-458.
- [14] H.J. Khan, H. Yi, Subchannel analysis in BWR fuel bundles. *Ann. Nucl. Energy.* **12** (1985) 559-572.
- [15] T.M. Hibiki, M. Ishii, One-dimensional drift flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes, *Int. J. Heat. Mass. Tran.* **46** (2003) 4935-4948.
- [16] M. Ishii, T. Hibiki, Thermo-fluid Dynamics of Two-phase Flow, Springer (2006).
- [17] W. Wagner, A. Pruss, The IAPWS formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary water for general and scientific use, *J. Phys. Chem. Ref. Data.* **31** (2002) 387-535.
- [18] C.W. Hirt, T.A. Oliphant, W.C. Rivard, N.C. Romero, M.D. Torry, SOLA-LOOP: A Nonequilibrium, Drift-Flux Code for Two-Flow in Networks, LA-7659 (1979).
- [19] L. Sun, K. Mishima, Evaluation analysis of prediction methods for two-phase flow pressure drop in mini-channels, *Int. J. Multiphas. Floe.* **35** (2009) 47-54.
- [20] Y. Xu, X. Su, Z. Zhou, W. Chen, Evaluation of frictional pressure drop correlations for two-phase flow in pipes, *Nucl. Eng. Des.* **253** (2010) 86-97.
- [21] R.T. Lahey, A Mechanistic Subcooled Boiling Model. Proceeding in 6th International Heat Transfer Conference, 1 (1978) Toronto, Canada, 293-297.

مراجع



- [22] J.G.M. Andersen, R. Harrington, B. Hizoum, COBRA Subchannel Code: Model Description Report, NEDE-32199P, Revision 1 (2007).
- [23] S. Levy, Forced convection sub-cooled boiling-prediction of vapor volumetric fraction, *Int. J. Heat. Mass. Tran.* **19** (1967) 199–113.
- [24] B. Chexal, Chexal-Lellouche, void fraction correlation for generalized applications, *NSAC-139* (1991).
- [25] H.K. Versteeg, W. Malalasekera, An Introduction to computational fluid dynamics: The finite volume, New York: Longman Scientific and Technical (1996).
- [26] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, New York (1980) 58-70.
- [27] G.G. Bartolomei, V.M. Chanturiya, Experimental study of true void fraction when boiling sub-cooled water in vertical tubes, *Therm. Eng.* + **14** (1967) 123–128.
- [28] G.G. Bartolomei, V.G. Brantov, Y.S. Molochnikov, Y.V. Kharitonov, V.A. Solodkii, G.N. Batashova, V.N. Mikjailov, An experimental investigation of true volumetric vapor content with sub-cooled boiling in tubes, *Therm. Eng.* + **29(3)** (1982) 132–135.
- [29] RELAP5, RELAP5/MOD3 Code manual, NUREG/CR-5535, Sciencetech, Inc., Idaho Falls (1999).
- [30] A.S. Devkin, A.S. Podosenov, RELAP5/MOD3 subcooled boiling model assessment, NUREG/IA-0025, U.S. NRC, Washington DC, (1998).
- [31] S. Hari, Y.A. Hassan, Refinement of the RELAP5/MOD3.2 subcooled boiling model for low-pressure conditions, *Proceeding 8th International Conference in Nuclear Engineering*, Baltimore, USA (2000).
- [32] A.L. Degha, A. Chaker, Numerical study of subcooled boiling in vertical tubes using relap5/mod3.2, *J. Electron Devices* **7** (2010) 240-245.