



تحلیل پایداری ساختار هسته‌ای به عنوان یک سیستم بس- ذره‌ای با استفاده از نظریه‌ی آشوب کوانتومی

سهراب بهنیا*، واحد رزازی

۱. گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، صندوق پستی: ۵۷۱۵۷-۴۱۹، ارومیه - ایران

چکیده: بررسی پایداری ساختار هسته‌ای به عنوان یک سیستم بس- ذره‌ای اهمیت ویژه‌ای در فیزیک هسته‌ای دارد. آگاهی از خواص آماری و گذارهای فاز می‌تواند اطلاعات مفیدی را در ارتباط با ساختار و فرایندهای هسته‌ای به همراه داشته باشد. خواص آماری مجموعه ترازهای انرژی یک سیستم به خوبی با معیار جدیدی تحت عنوان نظریه‌ی ماتریس تصادفی در آشوب کوانتومی توضیح داده می‌شود. افت و خیز ترازهای انرژی سیستم‌های کوانتومی بسته به تقارن‌های هامیلتونی در یکی از مجموعه‌های متعامد (GOE)، یکانی (GUE) و هم‌تافته (GSE) ی گاوسی قرار می‌گیرد و اگر یک سیستم کوانتومی در ناحیه‌ی انتگرال‌پذیر قرار داشته باشد در مجموعه‌های پواسونی قرار خواهد گرفت. تحلیل آماری ترازهای انرژی توسط نظریه‌ی ماتریس تصادفی با محاسبه‌ی ویژه- مقادیر هامیلتونی سیستم امکان‌پذیر خواهد بود. یکی از مناسب‌ترین زنجیره‌ها برای درک ساختار هسته‌ها زنجیره‌ی کلسیم است که در اعداد دوبار جادویی نیز نقش بازی می‌کند. مقاله‌ی حاضر با به کارگیری مدل پوسته‌ای هسته به کمک نظریه‌ی آشوب کوانتومی به بررسی پایداری در ساختار هسته‌ای ایزوتوپ‌های ^{48}Ca و ^{50}Ca می‌پردازد. یافته‌ها با نتایج تجربی به دست آمده در آزمایشگاه ایزولد- سرن مقایسه شده است.

کلیدواژه‌ها: مدل پوسته‌ای هسته، نظریه‌ی ماتریس‌های تصادفی، آشوب کوانتومی، سیستم‌های بس- ذره‌ای

Stability Analysis of the Nuclear Structure as a Many Body System by Using Quantum Chaos Theory

S. Behnia*, V. Razazi

Department of Physics, Urmia University of Technology, P.O.Box: 419-57157, Urmia-Iran

Abstract: Stability analysis of the nuclear structure as a many-body system has a particular importance in nuclear physics. Understanding its statistical properties and also phase transitions provide useful information about nuclear structure and nuclear processes. The statistical properties of the set of energy levels of a system are well described by random matrix theory in quantum chaos. Resonance of energy levels depends on the Hamiltonian symmetry that placed in one of the GOE, GUE, GSE ensembles and in the integrable system in the Poissonian ensemble. The statistical analysis of energy levels by random matrix theory will be possible by calculating the Hamiltonian's eigenvalues of the system. The calcium chain is an ideal test bench for study on the nuclear structure due to its existing double magic isotopes. In the present work, we use quantum chaos theory in order to investigate the stability of the nuclear structure of ^{50}Ca and ^{48}Ca isotopes, and the results obtained are compared with those of the Isolde-Cern laboratory.

Keywords: Nuclear Shell Model, Random Matrix Theory, Quantum Chaos, Many-Body Systems



۱. مقدمه

هسته‌ای اتم یک سیستم کوانتومی پیچیده است که چالش‌های زیادی را برای دانشمندان این علم ایجاد کرده است، چرا که نیروی قوی هسته‌ای بین ذرات تشکیل‌دهنده‌ی آن (پروتون‌ها و نوترون‌ها) به کمیت‌های زیادی از جمله جدایی شعاعی نوکلئون‌ها، انرژی جنبشی نسبی، جهت‌گیری نسبی اسپین ذاتی، تکانه‌ی زاویه‌ای نسبی و جفت‌شدگی قوی اسپین-مدار وابسته است. هم‌چنین هسته جزو معدود سیستم‌های طبیعی نشان‌دهنده‌ی نیروی سه‌ذره‌ای است [۱، ۲]. چنین پیچیدگی‌هایی، از هسته یک سیستم کوانتومی بس-ذره‌ای می‌سازد که تحلیل طیف ترازهای انرژی با تأثیر پارامترهای مختلف اطلاعات بسیار مناسبی در خصوص ساختار آن فراهم می‌آورد. هم‌چنین اطلاعات حاصل از پویایی ساختار هسته‌ها می‌تواند در توصیف برهم‌کنش‌های هسته‌ای، واپاشی‌ها دوتبا، گیراندازی سریع نوترون‌های کند و قدرت گامو-تلر نقش مهمی بازی کند [۳-۷].

اطلاعات حاصل از طیف ترازهای انرژی که در آزمایشگاه به دست می‌آید تا حدی محدود است چرا که تحلیل آماری طیف‌ها نیاز به دانش کافی در مورد ترازهای کاملاً متوالی با تکانه‌ی زاویه‌ای J ، پاریتته‌ی π و ایزواسپین T یکسان دارد. هم‌چنین تحلیل آماری طیف‌های هسته‌ای به طور گسترده‌ای نیاز به مدل‌های نظری دارد تا بررسی بر روی ترازهای متوالی با اعداد کوانتومی مشخص صورت بگیرد و فایده‌ی مهم آن این است که شخص می‌تواند با تغییر پارامترهای هامیلتونی سیستم درک بهتری از خواص آماری آن به دست آورد [۳].

تاکنون مدل‌های مختلفی برای ساختار هسته‌ها ارائه شده است که هر کدام به نوبه‌ی خود بخشی از اطلاعات حاصل از آزمایش را توجیه می‌کند ولی هیچ‌کدام نتوانسته‌اند به طور واضح ساختمان هسته را تشریح کنند. یکی از مدل‌ها که در سال ۱۹۳۹ توسط نیلس بور و جان ویلر مطرح شد، هسته را مشابه یک قطره‌ی مایع تراکم‌ناپذیر فرض می‌کند. می‌دانیم که آن‌چه سبب کروی ماندن قطره می‌شود نیروهای کشش سطحی قطره هستند؛ با چنین استدلالی می‌توان گفت که بین نیروهای تنگ هم‌نگه‌دارنده‌ی نوکلئون‌های هسته و نیروهای کشش سطحی که مایع را کروی نگه می‌دارند شباهت وجود دارد. به کمک مدل قطره‌ی مایع می‌توان

تغییرات انرژی بستگی با عدد جرمی را در نقاطی که منحنی دارای پیوستگی است توضیح داد ولی در نقاطی که منحنی پیوسته نیست دیگر این مدل جوابگو نیست و برای این نقاط ناپیوسته مدل لایه‌ای پیشنهاد شده است. این مدل توسط ماریا گوپرت مایر در سال ۱۹۶۳ پایه‌گذاری شد [۸]. در این مدل برای هسته ساختاری لایه‌ای در نظر گرفته شده که نوکلئون‌ها در سطوح خاصی قرار می‌گیرند که هر سطح دارای انرژی مخصوص به خود است. البته فاصله‌ی لایه‌های هسته‌ای از فاصله‌ی لایه‌های الکترونی بیش‌تر است. در این مدل نوکلئون‌ها نیز مانند الکترون با کسب انرژی، برانگیخته شده به لایه‌ی بالاتر می‌روند و وقتی نوکلئون مجبور به بازگشت به تراز خود می‌شود یک فوتون (پرتو گاما) گسیل می‌کند. در این مدل سیستم تحت شرایطی بررسی می‌شود که شامل یک پوسته‌ی بسته و نوکلئون‌هایی در خارج آن است. این تخمین، خواص هسته را به طور موفق‌تری در حالت پایه توضیح می‌دهد و برای بررسی این ساختار در حالت برانگیخته برهم‌کنش نوکلئون‌ها در لایه‌های ظرفیت در نظر گرفته می‌شود [۹]. مدل پوسته‌ای هسته می‌تواند برای مطالعه‌ی رابطه‌ی بین انرژی برانگیختگی و ایزواسپین هسته با رفتار آشوبی ترازهای انرژی مدل مناسبی باشد [۳]. یکی از موفقیت‌های بزرگ مدل پوسته‌ای، توانایی آن در پیشگویی دقیق فرایند واپاشی دوتبای دونوترینویی و واپاشی دوتبای بدون نوترینو است که در نوکلیدهای ^{48}Ca و ^{136}Xe و بسیاری از سایر نوکلیدها دیده می‌شود [۱۰-۱۳].

مدل دیگری که توسط آریماوالاچلو در سال ۱۹۷۴ ارائه شد مدل برهم‌کنش بوزونی است که با توسعه‌ی آن، مدل‌های برهم‌کنش بوزونی ۱ و ۲ نیز ارائه شد. در این مدل نوترون‌ها و پروتون‌ها را به صورت جفت شده در نظر می‌گیرند که به صورت یک ذره‌ی بوزونی با اسپین ۰، ۲ و ۴ رفتار می‌کند [۱۴]. تأثیر شکست تقارنی بر روی خواص آماری طیفی نیز به کمک مدل برهم‌کنش بوزونی انجام می‌شود [۱۵]. هم‌چنین مدل برهم‌کنش بوزونی-۲ نیز در پیشگویی فرایند واپاشی دوتبای دونوترینو موفقیت‌هایی داشته اما در پیشگویی فرایند واپاشی دوتبای دونوترینویی تاکنون نتایج چندانی حاصل نشده است [۱۲، ۱۶، ۱۷]. همین دلیل سبب شده است که برای مطالعه‌ی ساختار هسته‌ای و تحلیل دقیق ترازهای انرژی و توابع موج هسته‌های اتمی مدل



که Ψ در آن تابع موج A ذره است

$$\Psi(x_1, x_2, \dots, x_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1) & \varphi_1(x_2) & \dots & \varphi_1(x_A) \\ \varphi_2(x_1) & \varphi_2(x_2) & \dots & \varphi_2(x_A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_A(x_1) & \varphi_A(x_2) & \dots & \varphi_A(x_A) \end{pmatrix} \quad (3)$$

حل معادله‌ی ۲ به دلیل بالا بودن ابعاد ماتریس (حدود 10^{10})

بسیار دشوار است و نیاز به کامپیوترهای بسیار پرسرعت و قوی دارد. مرسوم‌ترین روش برای حل این معادله‌ی شرودینگر، روش مونت کارلو، تابع گرین (GFMC) است. این روش برای یک سیستم بس- ذره‌ای به خصوص با محدودیت‌های زیادی همراه است؛ از جمله‌ی این محدودیت‌ها بزرگ بودن بیش از حد فضای هیلبرت است که انتخاب تابع موج $\Psi(x_1, x_2, \dots, x_A)$ و ویژه - مقدارهای انرژی را ناممکن می‌سازد و در حال حاضر تنها برای هسته‌های سبک $A \leq 12$ کاربرد دارد [۱۸، ۱۹]. گزینه‌ی دیگر برای حل این معادله مدل بدون هسته‌ی مرکزی (NCSM) است که قابلیت محاسبه برای هسته‌های با $A \leq 40$ را دارد [۲۰-۲۲]. روش دیگری که برای حل معادله‌ی شرودینگر برای همه‌ی هسته‌ها مطرح است روش لانکسوز^(۱) است که روشی مناسب برای حل ماتریس‌های هامیلتونی هرمیتی و سه قطری با ابعاد بزرگ به شمار می‌رود [۲۳، ۲۴]. با به دست آوردن عناصر ماتریسی $\langle \varphi_\alpha | H | \varphi_\beta \rangle$ و با قطری کردن عناصر این ماتریس به شکل زیر، ماتریس ویژه- مقدارها به دست می‌آید:

$$H = \begin{pmatrix} \langle \varphi_1 | H | \varphi_1 \rangle & \langle \varphi_1 | H | \varphi_2 \rangle & \dots & \dots \\ \langle \varphi_2 | H | \varphi_1 \rangle & \langle \varphi_2 | H | \varphi_2 \rangle & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \varphi_n | H | \varphi_1 \rangle & \dots & \dots & \langle \varphi_n | H | \varphi_n \rangle \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{قطری کردن}} \begin{pmatrix} E_1 & & & \\ & E_2 & & \\ & & E_3 & \\ & & & E_4 & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & E_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

پوسته‌ای را انتخاب کنیم. ساختار لایه‌ای در هسته‌ها به مراتب پیچیده‌تر از ساختار لایه‌ای در اتم‌ها است چرا که در اتم‌ها این ساختار تحت تأثیر نیروی کولنی بین هسته و الکترون‌ها است؛ پتانسیل کولنی در مکانیک کوانتومی به طور دقیق قابل حل است، اما در مورد هسته این مسأله تا حدی پیچیده است چرا که هیچ پتانسیل مرکزی واحدی وجود ندارد و نوکلئون‌ها در یک پتانسیل هسته‌ای مشترک که همه‌ی نوکلئون‌های دیگر در تولید آن شرکت دارند، حرکت می‌کنند. ساده‌ترین روشی که می‌تواند انتخاب شود حالت تک‌ذره‌ای و برهم‌کنش دو ذره‌ای با پتانسیل متوسط مابین آن‌ها است.

در مطالعه‌ی حاضر ابتدا هامیلتونی حاکم بر هسته در مدل پوسته‌ای و سپس روش حل آن مورد بررسی قرار گرفته و با دست‌یابی به ویژه- مقدارهای انرژی و با به کارگیری نظریه‌ی ماتریس‌های تصادفی و توجه به توزیع آماری ترازهای انرژی، پایداری هسته‌ای مطالعه شده است.

۲. هامیلتونی مدل پوسته‌ای هسته

در این مدل نوکلئون‌ها همانند الکترون‌ها تحت تأثیر پتانسیل هسته‌ای مشترک نوکلئون‌های دیگر در ترازهای انرژی قرار می‌گیرند و اصل پاولی در مورد آن‌ها رعایت می‌شود؛ نوکلئون‌ها هر کدام اسپین ذاتی و پارته‌ی خاص خود را دارند. زمانی که پروتون‌ها و نوترون‌ها پوسته‌ای را پر می‌کنند اعداد جادویی شکل می‌گیرند. هامیلتونی حاکم بر مدل پوسته‌ای را به شکل تقریب دوم کوانتومی در نظر می‌گیریم [۳]

$$H = \sum_i \varepsilon_i a_i^+ a_i + \frac{1}{4} \sum_{i,j,k,l} V_{ij,kl} a_i^+ a_j^+ a_k a_l \quad (1)$$

که در آن، ε_i انرژی ذره‌ی منفرد، a^+ ، a عملگرهای آفرینش و نابودی، اندیس‌های i, j, k, l اعداد کوانتومی هر ذره و $V_{ij,kl}$ عناصر ماتریسی برهم‌کنش دو ذره‌ای ذرات واقع در لایه‌های ظرفیت هستند. برای تعیین ویژه مقدارهای این هامیلتونی حل معادله‌ی شرودینگر زیر، که برای A نوکلئون در نظر گرفته شده، لازم است

$$H | \Psi \rangle = E | \Psi \rangle \quad (2)$$



از یک‌دیگر قرار گیرند. به بیان دیگر این توزیع تراز یک توزیع منظم است و آمار ترازها در یک چنین وضعیتی از آمار ویگنر

$$p_W(r) = \frac{27}{8} \frac{r+r^2}{(1+r+r^2)^{5/2}}$$

که در آن، حالت‌ها انرژی نزدیک هم دارند از لحاظ فضایی دور از هم بوده و با هم دیگر اندرکنشی ندارند و در نتیجه دافعه نیز نشان نمی‌دهند. از این‌رو همبستگی بین ترازها رخ نخواهد داد و این ترازها می‌توانند به صورت تصادفی توزیع شوند، هم‌دیگر را قطع کنند و هیچ محدودیتی در نحوه‌ی توزیع آن‌ها نسبت به یک‌دیگر وجود نخواهد داشت. این عدم همبستگی بین ترازها منجر به توزیع تصادفی آن‌ها می‌شود و در نتیجه آمار ترازها از

$$p_P(r) = \frac{1}{(1+r)^2}$$

میانگین \bar{r} مطابق جدول ۱ است.

طبق جدول ۱ چون مقدار میانگین در توزیع پواسون بی‌نهایت است، برای دقت و تحلیل بیش‌تر می‌توان از تابع نسبت

$$\tilde{r}_n \text{ استفاده نمود که به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۲]}$$

$$\tilde{r}_n = \frac{\min(s_n, s_{n-1})}{\max(s_n, s_{n-1})} = \min(r_n, \frac{1}{r_n}) \quad (5)$$

تابع توزیع پواسون برحسب این تابع نسبت $P(\tilde{r})$ به صورت زیر خواهد بود [۳۳]

$$P_P(\tilde{r}) = \frac{2}{(1+\tilde{r})^2} \quad (6)$$

در این تحلیل ما از $P(r)$ و $P(\tilde{r})$ استفاده خواهیم کرد.

جدول ۱. مقادیر میانگین $\langle r \rangle$ و $\langle \tilde{r} \rangle$ در توزیع پواسون و گاوسی [۳۲]

گاوسی	پواسون	
۱,۷۷۸۱	∞	$\langle r \rangle$
۰,۵۳۵۹۱	۰,۳۸۶۲۹	$\langle \tilde{r} \rangle$

برای تشکیل چنین ماتریس بزرگی در روش لانکسوز می‌توان از کدهای محاسباتی مدل پوسته‌ای هسته نظیر Antoine [۲۵]، Oxbash [۲۶]، Kshell [۲۷] استفاده کرد و با داشتن ماتریس ویژه - مقادیرها و محاسبه‌ی ویژه - مقادیرها، امکان تحلیل پایداری هسته را به کمک نظریه‌ی آشوب کوانتومی فراهم نمود. در این مقاله از کدهای محاسباتی Kshell استفاده شده است زیرا جدیدترین کد محاسباتی برای مدل پوسته‌ای هسته بوده و دارای قابلیت‌های زیادی از جمله محاسبه‌ی انتقال گشتاور دوقطبی مغناطیسی (M_1) و دوقطبی الکتریکی (E_1) است [۲۸، ۲۹].

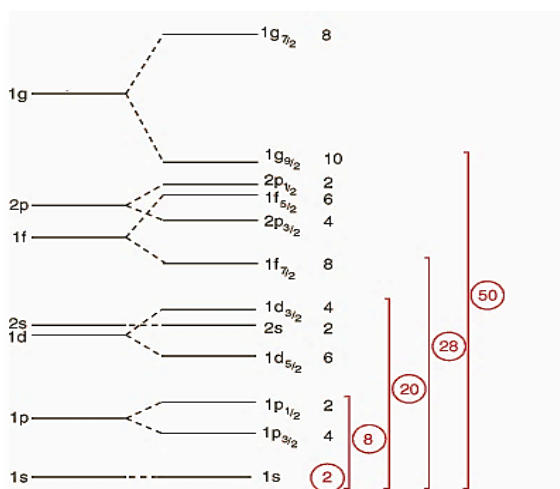
۳. آشوب کوانتومی

برای بررسی پایداری هسته نیاز به تحلیل ترازهای انرژی سیستم داریم؛ این تحلیل به کمک آشوب کوانتومی انجام می‌شود. یکی از ابزارهای مهم برای چنین تحلیلی ماتریس‌های تصادفی است. افت و خیز ترازهای انرژی سیستم‌های کوانتومی (که معادل کلاسیکی آن‌ها رفتار آشوبناک است) را می‌توان بسته به تقارن‌های هامیلتونی در یکی از مجموعه‌های متعامد (GOE)، یکانی (GUE) و هم‌تافته (GSE) گاوسی در ماتریس‌های تصادفی دسته‌بندی کرد. از سوی دیگر طبق نتایج به دست آمده اگر یک سیستم کوانتومی در ناحیه‌ی انتگرال‌پذیر (که رفتار کلاسیکی آن غیرآشوبناک است) قرار داشته باشد در مجموعه‌های پواسونی قرار می‌گیرد [۳۰] از این‌رو تمایز بین رفتار سیستم‌های کوانتومی با معادل کلاسیکی آشوبناک یا غیرآشوبناک با استفاده از افت و خیز ترازهای انرژی میسر است. اخیراً، معیار جدیدی تحت عنوان توزیع نسبت فاصله‌ی تراز متوالی $P(r)$ [۳۱] برای تشخیص بین نظم و آشوب در ترازهای انرژی معرفی شده است. برخلاف دستگاه‌های انتگرال‌پذیر، در دستگاه‌های انتگرال‌ناپذیر، ترازهای انرژی همبستگی قوی با یک‌دیگر دارند و این همبستگی مانع نزدیک شدن بیش از حد ترازهای انرژی می‌شود. این تفاسیر متناظر با اندرکنش قوی بین حالت‌ها و وجود دافعه بین آن‌ها است. وجود این دافعه باعث می‌شود که ترازهای انرژی در فواصل نسبتاً ثابتی

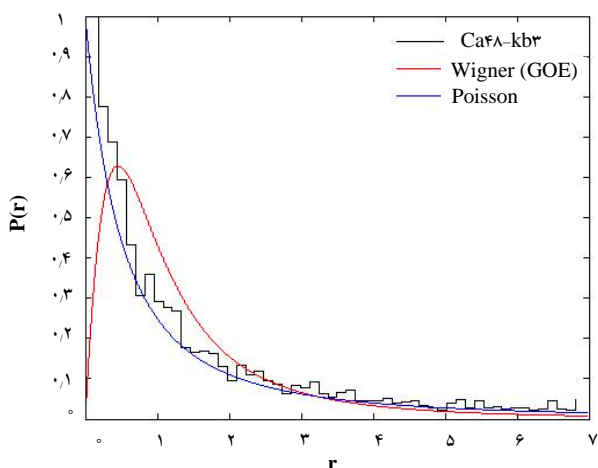


۴. محاسبات

برای ایزوتوپ‌های کلسیم استفاده نموده که این معیاری برای نشان دادن تغییرات ساختاری ترازها است. در مورد ایزوتوپ‌های ^{48}Ca و ^{50}Ca حتی با افزایش ۸ نوترون به تراز ظرفیت تغییراتی مشاهده نمی‌شود چون هر دو هسته‌ی دوبار جادویی هستند، اما در مورد ^{48}Ca و ^{50}Ca انحرافی برابر 0.293 fm^2 مشاهده می‌شود که نشان‌دهنده‌ی تغییر رفتار در ایزوتوپ ^{50}Ca به سبب یک بار جادویی بودن است. این تغییر رفتار می‌تواند نشان از تفاوت در شکل ایزوتوپ ^{50}Ca نسبت به ^{48}Ca باشد [۳۶].



شکل ۱. نمودار ترازهای انرژی هسته، لایه‌ی ظرفیت p: $4 \leq A \leq 16$ ، لایه‌ی ظرفیت sd: $16 \leq A \leq 40$ ، لایه‌ی ظرفیت pf: $40 \leq A \leq 80$.



شکل ۲. نمودار توزیع $P(r)$ برای ^{48}Ca به همراه توزیع‌های مربوط به مجموعه‌های پواسون و متعامد (GOE).

یکی از سبک‌ترین هسته‌ها که هم جادویی و هم جزو هسته‌های غنی از نوترون است و نیز فرایندهای گامو-تلر، واپاشی دوتای دونوترنیوی و واپاشی دوتای بدون نوترینو در آن مشاهده می‌شود هسته‌ی کلسیم است [۳۴، ۱۵]. مطالعه‌ی حاضر بر روی نوکلیدهای ^{48}Ca و ^{50}Ca صورت گرفته است. لایه‌ی ظرفیت این هسته، لایه‌ی pf مطابق شکل ۱ برای به دست آوردن ویژه-مقدارها از کدهای هسته‌ای Kshell با ماتریس برهم‌کنش KB_{p} در ترازهای $(f_{7/2}, p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2})$ برای ۱۵۰۰ حالت در $z=0-11$ و انرژی $E_x \leq 12 \text{ MeV}$ استفاده شده است. با داشتن ویژه-مقدارهای انرژی با به کارگیری نظریه‌ی ماتریس‌های تصادفی در آشوب کوانتومی $P(r)$ (توزیع ترازهای نسبتاً متوالی) و برای تحلیل دقیق‌تر $P(\tilde{r})$ نیز محاسبه شده است.

۵. یافته‌ها

یکی از مسائلی که بسیار مورد توجه قرار گرفته تغییر شکل هسته‌ها است. بررسی‌ها نشان داده است که شکل هسته‌هایی که دارای یک تعداد جادویی پروتون هستند از حالت کروی خارج شده و کشیده‌تر می‌شود [۳۵]. این تغییر شکل می‌تواند تأثیر جالبی بر رفتار هسته‌ها داشته باشد. هسته‌ی ^{48}Ca با ۲۸ نوترون و ۲۰ پروتون، هسته‌ی دوبار جادویی بوده و طبق نتایج حاصل از مطالعه، توزیع نسبت فاصله‌ی ترازهای متوالی مطابق شکل‌های ۲ و ۳، دارای رفتار کاملاً پواسونی (انتگرال‌پذیر) است. اما در هسته‌ی جادویی ^{50}Ca ، مطابق شکل‌های ۴ و ۵ کمی از حالت پواسونی خارج شده و گذار به سمت رفتار آشوبی (ویگنری) در آن دیده می‌شود. تغییر شکل هسته که می‌تواند در رفتار هسته نقش مهمی بازی کند با کمیت شعاع میانگین هسته قابل بررسی است که تعیین آن همانند مورد اتم‌ها آسان نیست چرا که نه اتم‌ها و نه هسته‌های اتمی دارای مرز مشخصی نیستند، با وجود این هسته می‌تواند به صورت کره‌ای با بار مثبت مدل شود و تحت بررسی با باریکه لیزر قرار بگیرد. تغییر اندازه‌ی هسته‌ها گویای تغییر در ساختار ترازها و در نتیجه تغییر شکل آن‌ها است. اندازه‌گیری شعاع میانگین هسته تنها به روش تجربی قابل انجام است؛ این در نتایج تجربی آزمایشگاه ایزولد سرن قابل مشاهده است [۳۶]. این آزمایشگاه از طیف‌سنجی لیزری برای اندازه‌گیری تغییرات شعاع میانگین مربعی $\delta\langle r^2 \rangle^{AA'}$



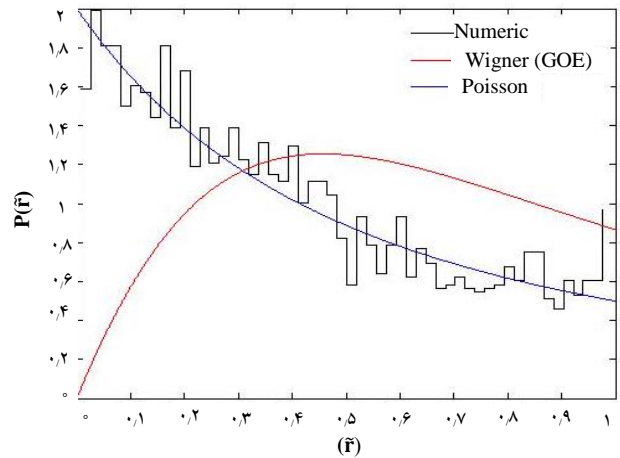
مقایسه‌ی نتایج حاصل از تحلیل ترازهای انرژی ایزوتوپ‌های کلسیم به روش ماتریس‌های تصادفی و نتایج حاصله برای شعاع میانگین هسته در آزمایشگاه ایزولد - سرن گویای این واقعیت است که، ایزوتوپ دوبار جادویی ^{48}Ca رفتار منظم (پواسون) از خود نشان می‌دهد ولی ایزوتوپ ^{50}Ca با داشتن یک نوترون اضافی در تراز ظرفیتش از حالت دوبار جادویی خارج شده و تغییر شکل آن سبب خروج از رفتار منظم شده و گذار اندکی به سمت رفتار آشوبی (GOE) در آن دیده می‌شود.

۶. خلاصه و بحث

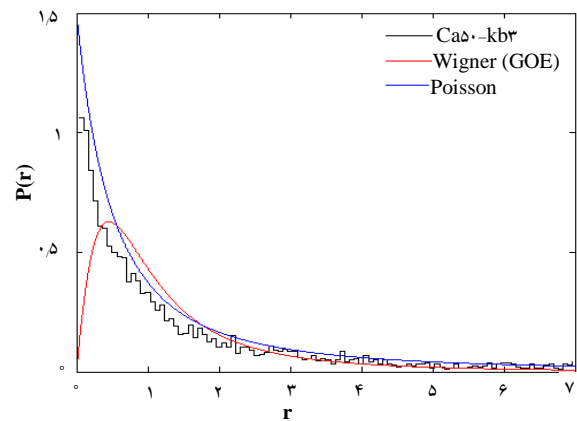
با انتخاب مدل پوسته‌ای هسته به بررسی ساختار هسته‌ای پرداخته شد. این بررسی بر روی ایزوتوپ‌های کلسیم انجام شد چرا که ایزوتوپ سبک دوبار جادویی بوده و فرایندهای واپاشی بتا، واپاشی دوتای دونوترینویی و واپاشی دوتای بدون نوترینو در آن مشاهده می‌شود. بررسی ساختار و حالت‌های ناپایدار در هسته توسط روش‌های موجود در آشوب کوانتومی از جمله ماتریس‌های تصادفی امکان‌پذیر است. با به دست آوردن ویژه-مقدارهای انرژی ایزوتوپ‌های ^{48}Ca و ^{50}Ca توسط کد محاسباتی Kshell و سپس با تشکیل ماتریس‌های تصادفی به مطالعه‌ی توزیع نسبت فاصله‌ی ترازهای متوالی $P(r)$ و $P(\tilde{r})$ پرداختیم. مطالعه نشان داد که خروج ایزوتوپ از وضعیت دوبار جادویی می‌تواند تأثیر جالبی روی توزیع ترازهای انرژی و در نتیجه شکل هسته داشته باشد. خروج از حالت دوبار جادویی سبب خروج اندک سیستم از حالت منظم به آشوبناک شد که این گذار تغییر شکل هسته را به همراه دارد. تغییر شکل هسته با کمیت دیگری به نام شعاع متوسط بار هسته نیز قابل بررسی است اما این کمیت فقط به روش آزمایشگاهی قابل اندازه‌گیری است که نیاز به تجهیزهای بسیار وسیع و دقیق دارد. اندازه‌گیری شعاع میانگین بار هسته‌ای این دو ایزوتوپ در آزمایشگاه ایزولد - سرن انجام یافته که تغییرات اندازه‌گیری شده بین این دو ایزوتوپ گواهی بر تغییر شکل هسته‌ای در خروج از حالت دوبار جادویی است.

پی‌نوشت

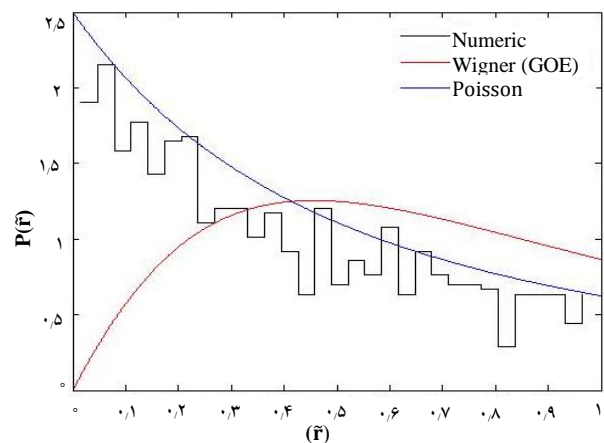
1. Lancsoz Method



شکل ۳. نمودار توزیع $P(\tilde{r})$ برای ^{48}Ca به همراه توزیع‌های مربوط به مجموعه‌های پواسون و متعامد (GOE).



شکل ۴. نمودار توزیع $P(r)$ برای ^{50}Ca به همراه توزیع‌های مربوط به مجموعه‌های پواسون و متعامد (GOE).



شکل ۵. نمودار توزیع $P(\tilde{r})$ برای ^{50}Ca به همراه توزیع‌های مربوط به مجموعه‌های پواسون و متعامد (GOE).



- [1] P. Watts, Daniel, Nuclear physics: The skin of a nucleus, *Nature Physics*, **12(2)** (2016) 116.
- [2] D.J. Dean, T. Engeland, M. Hjorth-Jensen, M.P. Kartamyshev, E. Osnes, Effective interactions and the nuclear shell-model, *Progress in Particle and Nuclear Physics*., **53(2)** (2004) 419-500.
- [3] J.M.G. Gómez, K. Kar, V.K.B. Kota, R.A. Molina, A. Relaño, J. Retamosa, Many-body quantum chaos: Recent developments and applications to nuclei, *Physics Reports*, **499(4)** (2011) 103-226.
- [4] S. Karampagia, R. Sen'kov, V. Zelevinsky, AB. Brown, Shell Model Nuclear Level Densities using the Methods of Statistical Spectroscopy. *Bulletin of the American Physical Society*, (2016).
- [5] R. Sen'kov, V. Zelevinsky, Nuclear level density: Shell-model approach, *Physical Review C*., **93** (2016) 064304.
- [6] V. Zelevinsky, Quantum chaos and nuclear structure, *Physica E*., **9** (2001) 450-455
- [7] M. Madurga, SV. Paulauskas, R. Grzywacz, D. Miller, DW. Bardayan, JC. Batchelder, NT. Brewer, J.A. Cizewski, A. Fijałkowska, C.J. Gross, M.E. Howard, Evidence for Gamow-Teller Decay of Ni 78 Core from Beta-Delayed Neutron Emission Studies, *Physical Review Letters*, **117(9)** (2016) 092502.
- [8] K. Pomorski, J. Dudek, Nuclear liquid-drop model and surface-curvature effects, *Physical Review C*., **67(4)** (2003) 044316.
- [9] Heyde, Kris LG, *The Nuclear Shell Model*, Springer (1994).
- [10] M. Horoi, B.A. Brown, Shell-Model Analysis of the ^{136}Xe Double Beta Decay Nuclear Matrix Elements, *Physical review letters*., **110(22)** (2013) 222502.
- [11] M. Alanssari, D. Frekers, T. Eronen, L. Canete, J. Dilling, M. Haaranen, J. Hakala, M. Holl, M. Jeřkovský, A. Jokinen, A. Kankainen, Single and Double Beta-Decay Q Values among the Triplet ^{96}Zr , ^{96}Nb , and ^{96}Mo , *Physical review letters*., **116(7)** (2016) 072501.
- [12] R.A. Sen'kov, M. Horoi, Accurate shell-model nuclear matrix elements for neutrinoless double- β decay, *Physical Review C*., **90(5)** (2014) 051301.
- [13] Y. Iwata, N. Shimizu, T. Otsuka, Y. Utsuno, J. Menéndez, M. Honma, T. Abe, Large-Scale Shell-Model Analysis of the Neutrinoless double- β Decay of ^{48}Ca . *Physical review letters*, **116(11)** (2016) 112502.
- [14] E. Mardones, J. Barea, CE. Alonso, J.M. Arias, β -decay rates of $^{121-131}\text{Cs}$ in the microscopic interacting boson-fermion model, *Physical Review C*, **93(3)** (2016) 034332.
- [15] R.F. Casten, Shape phase transitions and critical-point phenomena in atomic nuclei, *Nature Physics*., **2(12)** (2006) 811-820.
- [16] J. Barea, J. Kotila, F. Iachello, Limits on neutrino masses from neutrinoless double- β decay, *Physical Review Letters*., **109(4)** (2012) 042501.
- [17] Horoi, Mihai, Novel Shell Model Analysis of the Double Beta Decay Matrix Elements for ^{136}Xe , *APS Division of Nuclear Physics Meeting Abstracts*., **1** (2012).
- [18] J.E. Lynn, I. Tews, J. Carlson, S. Gandolfi, A. Gezerlis, KE. Schmidt, A. Schwenk, Chiral Three-Nucleon Interactions in Light Nuclei, Neutron- α Scattering, and Neutron Matter, *Physical review letters*, **116(6)** (2016) 062501.
- [19] J. Carlson, S. Gandolfi, F. Pederiva, SC. Pieper, R. Schiavilla, KE. Schmidt, RB. Wiringa, Quantum Monte Carlo methods for nuclear physics, *Reviews of Modern Physics*., **87(3)** (2015) 1067.
- [20] Baroni, Simone, Petr Navrátil, Sofia Quaglioni, Ab Initio Description of the Exotic Unbound ^7He Nucleus, *Physical review letters* **110(2)** (2013) 022505.
- [21] S. Liebig, U-G. Meißner, A. Nogga, Jacobi no-core shell model for p-shell nuclei, *The European Physical Journal A*., **52(4)** (2016) 1-18.



- [22] Stumpf, Christina, Jonas Braun, Robert Roth, Importance-truncated large-scale shell model, *Physical Review C.*, **93(2)** (2016) 021301.
- [23] M. Horoi, B.A. Brown, Shell-Model Analysis of the ^{136}Xe Double Beta Decay Nuclear Matrix Elements, *Physical review letters.*, **110(22)** (2013) 222502.
- [24] N. Shimizu, Y. Utsuno, Y. Futamura, T. Sakurai, T. Mizusaki, T. Otsuka, Stochastic estimation of nuclear level density in the nuclear shell model: An application to parity-dependent level density in ^{58}Ni , *Physics Letters B.*, **753** (2016) 13-17.
- [25] E. Caurier, Shell model code ANTOINE, IReS, Strasbourg 2002, (1989).
- [26] B.A. Brown, A. Etchegoyen, WD. Rae, NS. Godwin, The computer code OXBASH, MSU-NSCL Report., **524** (1988).
- [27] Shimizu, Noritaka, Nuclear shell-model code for massive parallel computation, KSHELL".
arXiv preprint arXiv:**1310** (2013) 5431.
- [28] Y. Utsuno, N. Shimizu, T. Otsuka, S. Ebata, M. Honma, Photonuclear reactions of calcium isotopes calculated with the nuclear shell model, *Progress in Nuclear Energy.*, **82** (2015) 102-106.
- [29] T. Togashi, N. Shimizu, Y. Utsuno, T. Otsuka, M. Honma, Large-scale shell-model calculations for unnatural-parity high-spin states in neutron-rich Cr and Fe isotopes, *Physical Review C.*, **91(2)** (2015) 024320.
- [30] Bohigas, Oriol, Marie-Joya Giannoni, Charles Schmit, Characterization of chaotic quantum spectra and universality of level fluctuation laws, *Physical Review Letters.*, **52(1)** (1984) 1.
- [31] F. Haake, *Quantum Signatures of Chaos*, Springer, (2010).
- [32] Oganessian, Vadim, A. David, Huse. Localization of interacting fermions at high temperature, *Physical Review B.*, **75(15)** (2007) 155111.
- [33] YY. Atas, E. Bogomolny, O. Giraud, G. Roux, Distribution of the ratio of consecutive level spacings in random matrix ensembles, *Physical review letters.*, **110(8)** (2013) 084101.
- [34] N.D. Chavda, Distribution of level spacing ratios using one-plus two-body random matrix ensembles, *Pramana*, **84(2)** (2015) 309.
- [35] E. Ideguchi, DG. Sarantites, W. Reviol, AV. Afanasjev, M. Devlin, C. Baktash, RV. Janssens, D. Rudolph, A. Axelsson, MP. Carpenter, A. Galindo-Uribarri, Superdeformation in the Doubly Magic Nucleus ^{48}Ca , *Physical review letters*, **87(22)** (2001) 222501.
- [36] RG. Ruiz, ML. Bissell, K. Blaum, A. Ekström, N. Frömmgen, G. Hagen, M. Hammen, K. Hebeler, JD. Holt, GR. Jansen, M. Kowalska, Unexpectedly large charge radii of neutron-rich calcium isotopes, *Nature Physics*, **12(6)** (2016) 594.