



محاسبه‌ی شدت میدان الکتریکی در انتهای مسیر باردار در آشکارساز ردپای هسته‌ای حالت جامد به کمک حل عددی معادله‌ی لاپلاس

محمد محسن کلاه‌دوز*^۱، علی ابوطالبی^۲، فرید شیخ‌الاسلام^۱

۱- دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، صندوق پستی: ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، اصفهان - ایران

۲- گروه برق، مؤسسه آموزش عالی نقش جهان، اصفهان - ایران

چکیده: در این مقاله، هدف، محاسبه‌ی میدان در انتهای یک مسیر باردار در آشکارساز سونش الکتروشیمیایی ردپای هسته‌ای می‌باشد. برای حل این مسئله از حل عددی معادله‌ی لاپلاس استفاده شده است. با حل این معادله و با در نظر گرفتن یک پتانسیل مشخص و معین در یک ناحیه‌ی مرزی می‌توان علاوه بر محاسبه‌ی شدت میدان در انتهای مسیر باردار، عوامل مؤثر بر شدت میدان را مورد بررسی قرار داد.

واژه‌های کلیدی: سونش الکتروشیمیایی، آشکارساز ردپای هسته‌ای، معادله‌ی لاپلاس

Calculation of the Intensity of Electrical Field at the End of the Loaded Path in the Solid-State Nuclear Track Detectors by Using the Numerical Calculation of Laplace Equations

M. Kolahdooz*¹, A. Abotalebi², F. Sheikh Aleslam¹

1- Isfahan University of Technology, P.O.Box: 84156-83111, Isfahan - Iran

2- Nagshe Jahan Institute of Higher Education, Isfahan - Iran

Abstract: The goal of this article is calculation of the electric field at the end of loaded path in solid-state track detectors. For the calculation Laplace-Equation has been solved numerically. By solving the equation, upon considering a specific potential in the boundary the region, in addition to calculating the electric field at the end of path, the effective parameters affecting on the electric field have also been investigated.

Keywords: Solid State Nuclear Track Detector (SSNTD), Laplace Equations

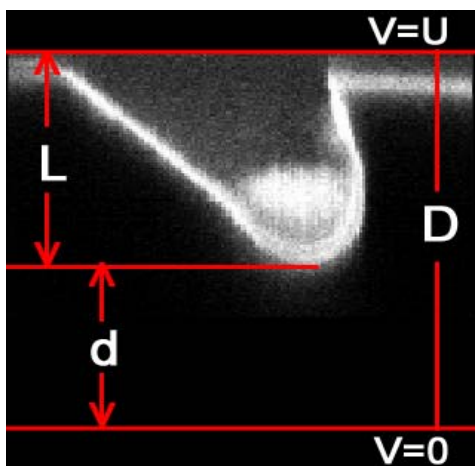


برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل با استفاده از معادله‌ی لاپلاس مبادرت شده است. به دلیل این که حل تحلیلی این معادله دارای پیچیدگی‌های فراوانی است و با توجه به این که پتانسیل بر روی مرزهای یک ناحیه‌ی مشخص کاملاً توصیف شده است، در این جا از روش حل عددی معادله‌ی لاپلاس استفاده شده است. در این روش برای به دست آوردن اختلاف پتانسیل با دقت بالا از نرم‌افزار Matlab استفاده شده است. شدت میدان برای شرایط مرزی خاص مسئله در نظر گرفته شده و ارتباط شدت میدان با پارامترهایی از جمله طول ردپا، شعاع انحنای انتهای ردپا، زاویه‌ی برخورد ذره‌ی باردار، اختلاف پتانسیل اعمال شده و ضخامت آشکارساز مورد بررسی قرار گرفته است.

در این جا روند ارایه‌ی مطالب به این صورت است که در بخش اول به توصیف مسئله پرداخته می‌شود. بخش دوم به بررسی دو مدل مطرح شده در این زمینه می‌پردازد. در بخش سوم ضمن بررسی معایب روش‌های قبلی، روش جدیدی برای به دست آوردن شدت میدان الکتریکی در انتهای مسیر دارای بار ارایه می‌شود، در بخش چهارم با ارایه‌ی یک مثال عددی، نتایج به دست آمده در این روش مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. در نهایت در بخش پنجم به نتیجه‌گیری و ارایه‌ی پیشنهادات پرداخته می‌شود.

۲- توصیف مسئله

هنگامی که آشکارساز پلی‌مری، بعد از پرتودهی داخل محلول مناسب قرار می‌گیرد برخی نواحی که در مسیر حرکت ذره‌ی باردار بوده‌اند سریع‌تر سونیده می‌شوند. به همین علت ناحیه‌ی مخروطی شکلی به وجود می‌آید (شکل ۱).



شکل ۱- به وجود آمدن ناحیه‌ی سونیده.

آشکارسازی سونش الکتروشیمیایی برای نخستین بار با استفاده از مواد عایق به عنوان آشکارساز، برای ثبت ردپای تابش بر روی کریستال لیتیم فلورید به کار گرفته شد [۱]. در ادامه، دانشمندان تحقیقات گسترده‌ای را بر روی سونش شیمیایی و موادی که قابلیت ثبت آن‌ها را دارند انجام دادند [۲ و ۳]. هم‌چنین به منظور ثبت ردپای شکافت هسته‌ای، روش جدید دیگری برای آشکارسازهای پلی‌مری حالت جامد ابداع گردید و سپس بررسی‌های وسیعی برای ثبت ذرات با انرژی خطی پایین‌تر صورت گرفت که باعث تحولی گسترده در به کارگیری این آشکارسازها به ویژه پلی‌کربنات گردید [۴]. در ادامه محلول سونشی مرکب از پتاس، اتانول و آب تحت نام اختصاری PEW با درصد وزنی مشخص ارایه شد که سبب افزایش ثبت ردپای ذرات آلفا بر روی آشکارساز پلی‌کربنات گردید [۵ و ۶]. در این راستا بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر آشکارسازی هسته‌های پس‌زن متناظر با ذرات آلفا در پلی‌کربنات موجب افزایش چشمگیر کاربرد این روش شد [۷]. روش‌های مختلفی برای آشکارسازی ردپای هسته‌ای با استفاده از تکنیک‌های پرتونگاری توسعه داده شده‌اند [۸ تا ۱۱].

به طور کلی، بار الکتریکی با عبور از عایق باعث ایجاد ناحیه‌ی آسیب‌دیده می‌شود که به آن ردپا اطلاق می‌شود. از آن جایی که یون‌ها مسیرهای بسیار باریک (به ضخامت چند انگستروم) دارند از میکروسکوپ‌های نوری نمی‌توان تجزیه و تحلیل آن‌ها استفاده کرد و باید از فرایند بزرگ‌تر شدن استفاده کرد. برای جلوگیری از مصرف مواد شیمیایی برای بزرگ‌تر کردن ردپا، دانشمندان بر آن شدند از اختلاف پتانسیل در انتهای ردپا برای آشکارسازی استفاده کنند. در این روش با قرار دادن عایق آسیب‌دیده در اختلاف پتانسیل اعمال شده و با به دست آوردن بیش‌ترین شدت میدان در انتهای مسیر حرکت ذره‌ی باردار عمل آشکارسازی را انجام می‌دهند. فرض‌هایی که برای محاسبه‌ی شدت میدان و برای ساده‌تر کردن مسئله استفاده شد تا حدی راه‌گشا می‌باشند، اما فقط برای شرایط خاص صادق‌اند [۱۲ و ۱۳]. در سال‌های اخیر توابعی برای به دست آوردن اختلاف پتانسیل ارایه شد. این توابع فقط در شرایط خاص قابل حل می‌باشند [۱۴]. در این مقاله، ابتدا با بررسی دو مدل ارایه شده در گذشته که تا حدی راه‌گشای حل مسئله در شرایط خاص بوده‌اند و سپس با بررسی مشکلات و ایرادات این دو مدل به بیان روشی



در این هندسه‌ی خاص، شدت میدان در انتهای ردپا از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$E = U \frac{2L}{R \ln \left[1 + \frac{4d}{R} \right]} \quad (2)$$

که در آن U اختلاف پتانسیل دو الکترود، d فاصله‌ی انتهای ردپا از صفحه‌ی مقابل و R شعاع انتهای ردپا می‌باشد.

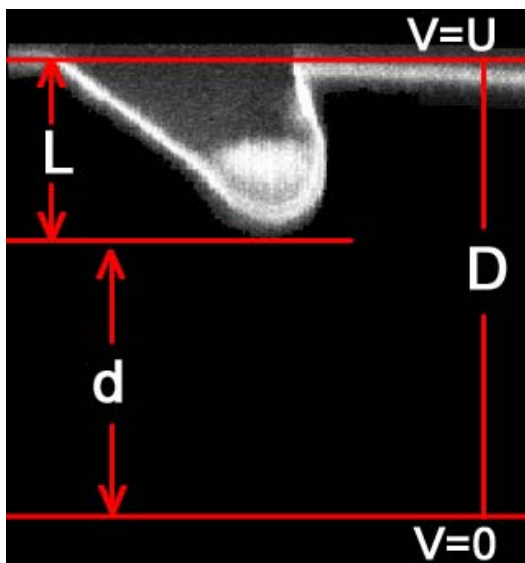
این معادله با توجه به فرض گذاشته شده، هنگامی صادق است که طول ردپا خیلی بزرگ‌تر از ضخامت باقی‌مانده‌ی آشکارساز باشد. به عبارت دیگر، این معادله برای ذراتی که ردپای آن‌ها نزدیک به ضخامت آشکارساز است، قابل قبول می‌باشد.

۳-۳ مدل اسمیت

در این مدل، مخروط به وجود آمده از یونش شیمیایی، یک سطح بیضوی فرض می‌شود که به داخل دی‌الکتریک فرو رفته است (شکل ۳).

در این هندسه‌ی به خصوص، شدت میدان در انتهای ردپا از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$E = E_0 \frac{\frac{2L}{R}}{\ln \left(\frac{4L}{R} \right) - 2} \quad (3)$$



شکل ۳- تصور ناحیه‌ی مخروطی به شکل بیضی‌وار در مدل اسمیت.

این هندسه‌ی خاص در صورتی که اختلاف پتانسیل به آن اعمال شود باعث افزایش شدت میدان الکتریکی در انتهای ردپا می‌شود. باید توجه داشت که اختلاف پتانسیل نباید از یک حد مشخصی فراتر رود چرا که باعث افزایش شدت میدان شده و اگر از یک مقدار به خصوصی که مربوط به شکست دی‌الکتریک است فراتر رود باعث شکست دی‌الکتریک می‌گردد. برای محاسبه‌ی شدت میدان در انتهای ردپا، معادله‌ی لاپلاس باید برای شرایط مرزی شکل ۱ حل گردد.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 V = 0$$

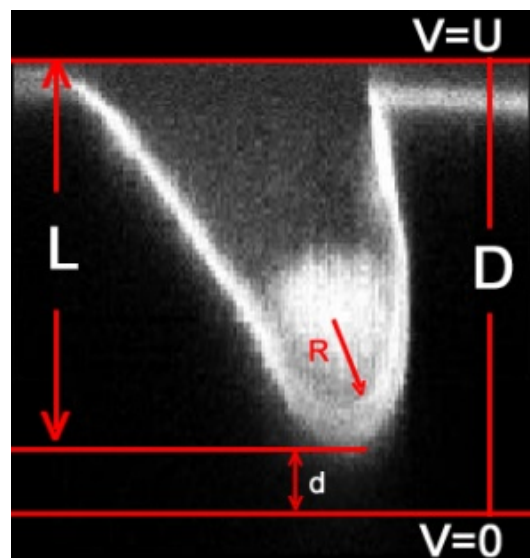
سپس شدت میدان با استفاده از رابطه‌ی $E = -\nabla V$ محاسبه می‌گردد.

۳-۳ مدل‌های ارزیابی شده

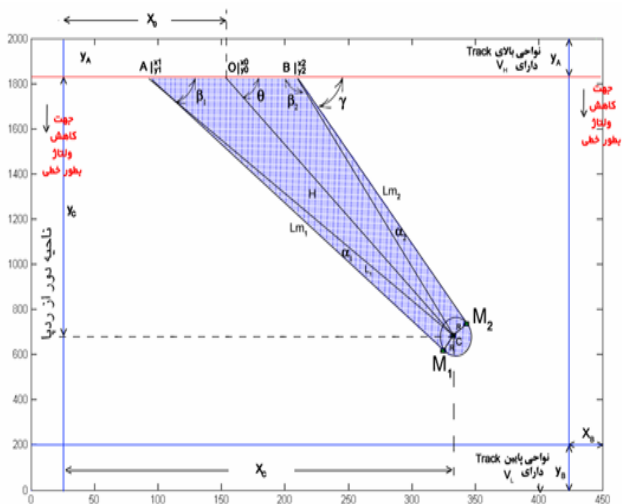
به علت مشکل بودن حل تحلیلی معادله‌ی لاپلاس، دو مدل برای حل آن ارزیابی شده است.

۳-۱ مدل میسون

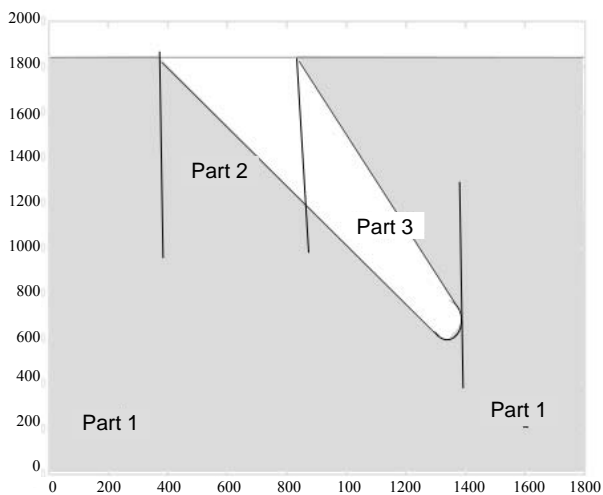
در این مدل فرض بر این است که مخروط به وجود آمده از سونش شیمیایی، یک هندلولوی نیمه بی‌نهایت است که در مقابل آن یک صفحه هادی قرار گرفته است (شکل ۲).



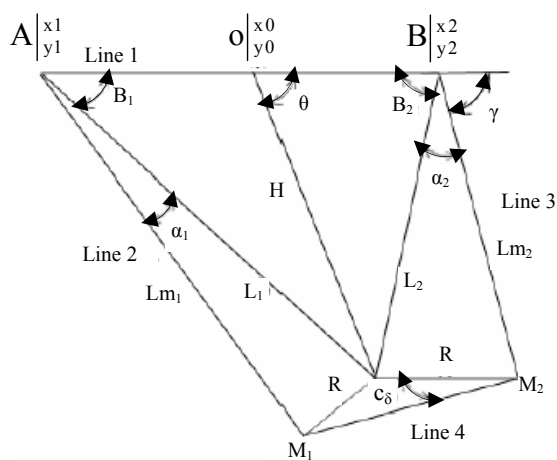
شکل ۲- فرض ناحیه‌ی مخروطی به شکل هندلولوی نیمه بی‌نهایت در مدل میسون.



شکل ۴- ناحیه‌ی شبیه‌سازی شده توسط نرم‌افزار Matlab.



شکل ۵- تقسیم ناحیه‌ی سونیده به سه ناحیه‌ی مجزا.



شکل ۶- ناحیه‌ی اول.

که در آن L طول ردپا، R شعاع انحنای انتهای ردپا، E_0 شدت میدان ماکروسکوپی است.

این مدل تنها هنگامی اعتبار دارد که ضخامت باقی مانده‌ی آشکارساز از شعاع انحنای انتهای ردپا خیلی بزرگ‌تر باشد.

۴- روش ارزیابی شده

همان‌طور که در بخش قبلی گفته شد دو مدل مطرح شده، تحت شرایط خاصی قادر به پاسخ‌گویی بوده، و دارای محدودیت‌های خاص خود می‌باشند. برای آشکارسازی در حالت کلی بدون محدودیت، و محاسبه‌ی دقیق شدت میدان در انتهای ردپا، معادله‌ی لاپلاس باید برای شرایط مرزی شکل ۱ حل شود. در این جا برنامه‌ای برای تولید ردپا نوشته شده است. با حل عددی معادله‌ی لاپلاس برای ردپای تولید شده پتانسیل نقاط ردپا و شدت میدان در بین نقاط محاسبه شده و از آن جا شدت میدان پیشینه در انتهای ردپا به دست آمده است.

۱- برنامه‌ی مولد ردپا

بسته به پارامترهای مختلف از جمله نوع و انرژی ذره، شرایط یونش و هندسه، ردپا (L, R, d, r, V) تغییر می‌کند. برای تولید این هندسه، برنامه‌ای در محیط Matlab نوشته شده است که نقاط درون ردپا را اسکن می‌کند (شکل ۴).

در این جا به منظور مشخص کردن ردپا، سه ناحیه‌ی نشان داده شده در شکل ۵ در نظر گرفته شده است.

ناحیه‌ی اول یک چهارضلعی است (شکل ۶) که اضلاع آن مرزهای ردپا را شامل می‌شود و ناحیه‌ی دوم دایره‌ای به شعاع R و مرکز (x_0, y_0) است. مجموع این دو ناحیه ردپا را تولید می‌کند. شرایط بودن یک نقطه در ردپا این است که مختصات آن در رابطه‌های زیر صدق کند.

$$\begin{cases} j - \frac{i - y_2}{m_3} - x_2 < 0 \\ j - \frac{i - y_1}{m_2} - x_1 < 0 \\ i - y_{m1} - m_4(i - x_{m1}) < 0 \\ i - y_1 > 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$B^2 \geq j^2 + i^2 - 2(jx_c + iy_c) \quad (5)$$



برای مشخص کردن ردپا دو ناحیه وجود دارد. شرط بودن یک نقطه در ردپا این است که مختصات آن در معادلات I یا II صدق کند.

در چهارضلعی ABM_1M_2 :
ناحیه‌ی (۱)

$$I: y = y_1 \text{ معادله‌ی خط I}$$

$$II: x = (y - y_1) / m_2 + x_1 \text{ معادله‌ی خط II}$$

$$III: x = (y - y_2) / m_3 + x_2 \text{ معادله‌ی خط III}$$

$$IV: y = y_{m1} + m_4(x - x_{m1}) \text{ معادله‌ی خط IV}$$

$$m_2 = \tan(\alpha_1 + \beta_1)$$

$$m_3 = -\tan\gamma$$

$$m_4 = \tan\delta$$

شرایط قرارگیری یک نقطه با مختصات i, j در ناحیه‌ی اول این است

$$\begin{cases} j - (i - y_2) / m_3 - x_2 < 0 \\ j - (i - y_1) / m_2 - x_1 > 0 \\ i - y_{m1} - m_4(i - x_{m1}) < 0 \\ i - y_1 > 0 \end{cases}$$

ناحیه‌ی ۲: دایره‌ای به شعاع R و مرکز X_c و Y_c است

$$\begin{cases} R^2 = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \\ R^2 - x_c^2 - y_c^2 = B^2 \end{cases}$$

شرط قرارگیری یک نقطه در ناحیه‌ی دوم این است

$$B^2 \geq j^2 + i^2 - 2(jx_c + iy_c)$$

لازمه‌ی بودن یک نقطه در ناحیه‌ی داخل ردپا این است که یکی از دو شرط مربوط به نواحی I و II برآورده شود.

۴-۲ برنامه‌ی محاسبه‌ی پتانسیل به کمک معادله‌ی لاپلاس

برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل از معادله‌ی لاپلاس استفاده شده است و به دلیل امکان‌پذیر نبودن حل تحلیلی این معادله به علت پیچیدگی شرایط، از حل عددی آن استفاده شده است. برای این منظور پتانسیل در مرزهای ردپا به دست آورده شده است. در این جا پتانسیل در مرزهای یک ناحیه‌ی مشخص کاملاً توصیف شده است. برای به دست آوردن این ولتاژها، ناحیه‌ی موردنظر به ۳ قسمت مجزا تقسیم شده است (شکل ۵).

که در آن‌ها i, j مختصات نقطه، X_1, Y_1 مختصات نقطه‌ی ورود ذره به ماده، X_2, Y_2 مختصات نقطه‌ی خروج ذره از ماده، X_c, Y_c مختصات مرکز دایره‌ی انتهای ردپا، X_{m1}, Y_{m1} محل برخورد خطی که از نقطه‌ی A به دایره‌ای که در انتهای مسیر ردپا قرار دارد، مماس رسم می‌شود، m_2 شیب خط واصل بین M_1 و A ، m_3 شیب خط واصل بین M_2 و B ، m_4 شیب خط واصل بین M_1 و M_2 می‌باشند.

برای اثبات، ابتدا مختصات نقاط M_1, M_2 را برحسب L, H به دست می‌آوریم.

مختصات نقطه‌ی وسط ردپا

$$X_0 = \frac{X_1 + X_2}{2}, Y_0 = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

$$L - R = H$$

مختصات نقطه‌ی مرکز دایره‌ی انتهای ردپا

$$X_c = X_0 + H \cos\theta$$

$$Y_c = Y_0 + H \cos\theta$$

$$L_1 = \sqrt{(X_c - X_1)^2 + (Y_c - Y_1)^2}$$

$$L_2 = \sqrt{(X_c - X_2)^2 + (Y_c - Y_2)^2}$$

$$L_{m1} = (L_1^2 + R^2)^{1/2}$$

$$L_{m2} = (L_2^2 + R^2)^{1/2}$$

$$\sin\alpha_1 = \frac{R}{L_1}, \alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{R}{L_1}\right)$$

$$\beta_1 = \sin^{-1}\left[\frac{H \sin(\pi - \theta)}{L_1}\right]$$

مختصات نقطه‌ی M_1

$$X_{m1} = X_1 + L_{m1} \cos(\alpha_1 + \beta_1)$$

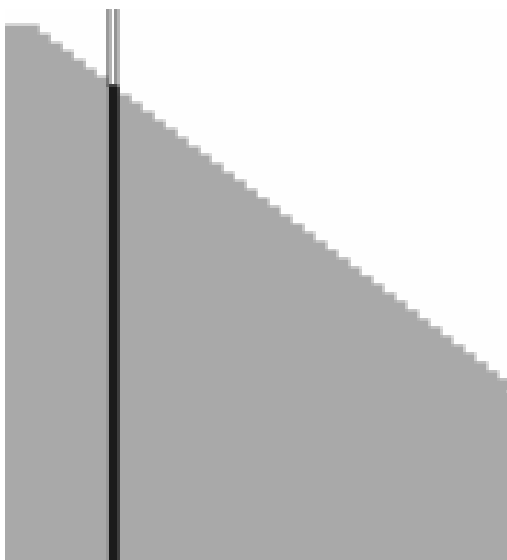
$$Y_{m1} = Y_1 + L_{m1} \sin(\alpha_1 + \beta_1)$$

مختصات نقطه‌ی M_2

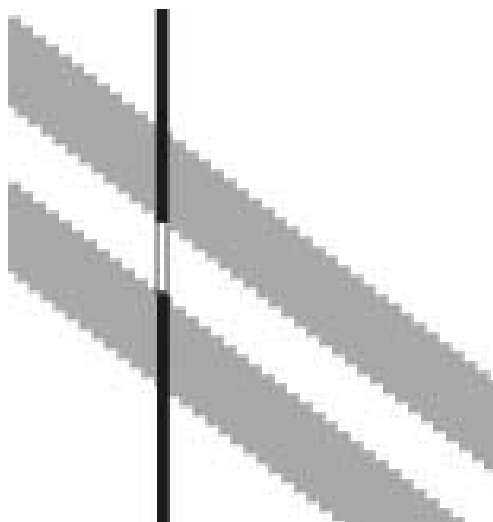
$$X_{m2} = X_2 + L_{m2} \cos\gamma$$

$$Y_{m2} = Y_2 + L_{m2} \sin\gamma$$

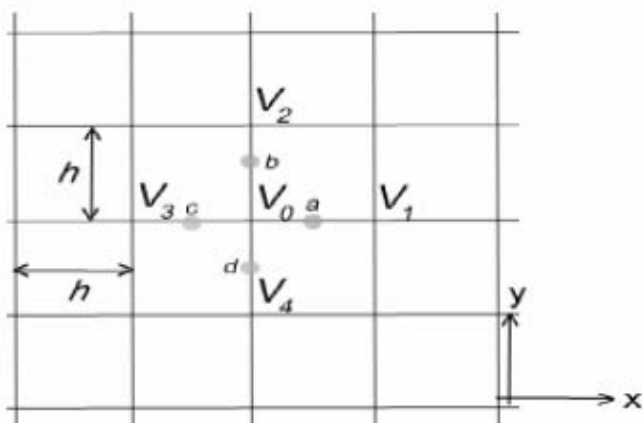
$$\gamma = (\pi - \alpha_1 - \beta_1)$$



شکل ۲- چگونگی تقسیم ولتاژ در ناحیه‌ی دوم.



شکل ۳- چگونگی تقسیم ولتاژ در ناحیه‌ی سوم.



شکل ۴- ولتاژهای ۵ نقطه‌ی همسایه.

ناحیه‌ی اول ناحیه‌ی دور از ردپا می‌باشد که در آن ولتاژ به صورت خطی تغییر می‌کنند و دو سطح بالایی و پایینی که سطح پایین به صفر و بالایی به اختلاف پتانسیل اعمالی متصل می‌شود. برای ناحیه‌ی دوم با در نظر گرفتن دو خازن متوالی یکی با دی‌الکتریک هوا و دیگری با دی‌الکتریک ماده‌ی سونیده مقدار ولتاژ از تقسیم آن بر روی خازن‌ها به دست می‌آید (شکل ۷).

$$V = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_0 \quad (6)$$

ناحیه‌ی سوم سه خازن متوالی یکی با دی‌الکتریک هوا و دوتای دیگر با دی‌الکتریک ماده‌ی سونیده فرض می‌شود و مانند مورد قبل مقدار ولتاژ از تقسیم آن بر روی خازن‌ها به دست می‌آید (شکل ۸).

با این روش پتانسیل در مرزها به دست می‌آید. برای به دست آوردن پتانسیل بقیه‌ی نقاط از حل عددی معادله‌ی لاپلاس استفاده می‌شود. هنگامی که لازم است پتانسیل با دقت بالایی محاسبه شود، به کمک نرم‌افزار Matlab، محیط شبیه‌سازی شده و اختلاف پتانسیل با هر دقت مطلوبی به دست می‌آید.

به منظور نشان دادن روند حل عددی معادله‌ی لاپلاس، یک مسئله‌ی دوبعدی در نظر گرفته شده و ولتاژهای ۵ نقطه‌ی همسایه $V_{i,j+1}, V_{i,j-1}, V_{i+1,j}, V_{i-1,j}$ در شکل ۹ ارایه شده‌اند.

در دو بعد داریم

$$\begin{aligned} \nabla_o E &= 0, \nabla_o D = 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

با توجه به عملگر گرادینان داریم، $E_x = -\partial V / \partial x$ و

$E_y = -\partial V / \partial y$ در نتیجه

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

مقادیر تقریبی این مشتق‌های نسبی را می‌توان برحسب پتانسیل‌های مفروض به دست آورد.

$$V_{i,j} = \frac{V_{i,j+1} + V_{i,j-1} + V_{i+1,j} + V_{i-1,j}}{4} \quad (9)$$



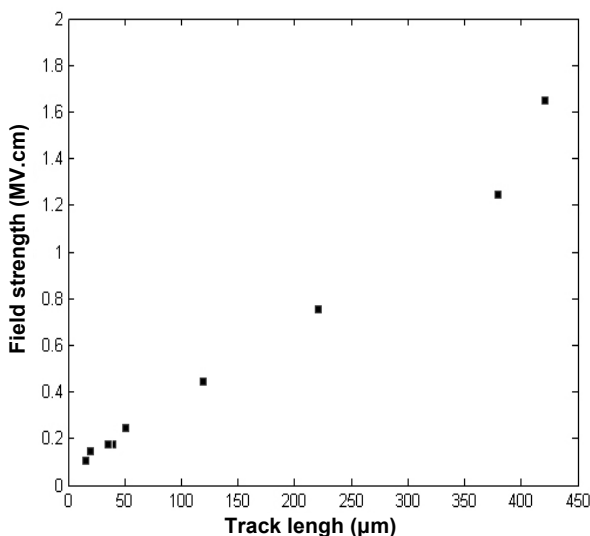
ناحیه زیاد است و این، تغییرات شدید میدان را به دنبال دارد (شکل ۱۰).

با تغییر شعاع انتهای ردپا از ۱ تا ۱۰ μm مشاهده می‌شود که شدت میدان تقریباً به صورت نمایی کاهش می‌یابد. علت این امر آن است که با افزایش شعاع، پتانسیل و در نتیجه شدت میدان کاهش می‌یابد (شکل ۱۱).

با افزایش ضخامت از ۱۰۰ تا ۱۵۰۰ μm، شدت میدان به صورت نمایی کاهش می‌یابد. علت این امر آن است که با افزایش ضخامت در ولتاژ ثابت، تغییرات پتانسیل هر نقطه بیش تر شده و باعث افزایش شدت میدان می‌شود (شکل ۱۲).

با تغییر ولتاژ از ۵۰۰ تا ۵۰۰۰ ولت مشاهده می‌شود شدت میدان به صورت خطی افزایش می‌یابد. علت این امر آن است که با افزایش ولتاژ تغییرات در پتانسیل هر نقطه یکسان است و این حالت این ویژگی را به وجود می‌آورد که می‌توان بدون تغییر در نتیجه‌ی کلی، عمل آشکارسازی را با اعمال ولتاژ پایین تر انجام داد (شکل ۱۳).

با تغییر زاویه‌ی فرودی ذره از ۰ تا ۸۰، تغییرات شدت میدان به صورت نمایی می‌باشد. علت این امر آن است که ورود ذره با یک زاویه بزرگ تر باعث افزایش طول ردپا می‌شود که با توجه به نتیجه‌ی تغییرات طول ردپا، تغییرات شدت میدان به صورت نمایی است (شکل ۱۴).



شکل ۱۰- تغییرات شدت میدان با طول ردپا.

به عبارت دیگر پتانسیل با میانگین پتانسیل در چهار نقطه‌ی همسایه برابر است. این روال برای به دست آوردن دقت مطلوب در کل ناحیه هر چند بار تکرار می‌شود.

۳-۴ برنامه‌ی محاسبه‌ی شدت میدان

در این برنامه، برای محاسبه‌ی شدت میدان از رابطه‌ی $E = -\nabla V$ استفاده شده است.

$$E = \frac{-V_{i+2} + 8V_{i+1} - 8V_{i-1} + V_{i-2}}{12h} + O(h^4) \quad (10)$$

$$O(h^4) = \frac{1}{30} h^4 V_i^2$$

۴-۴ برنامه‌ی گزارش شدت میدان

در این برنامه تعدادی از پیکسل‌های ورودی که بیشترین شدت میدان را دارا هستند، در نظر گرفته می‌شود و میانگین آن‌ها به عنوان شدت میدان نهایی گزارش می‌شود. بدین ترتیب، E_x و E_y محاسبه شده و شدت میدان هر نقطه از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

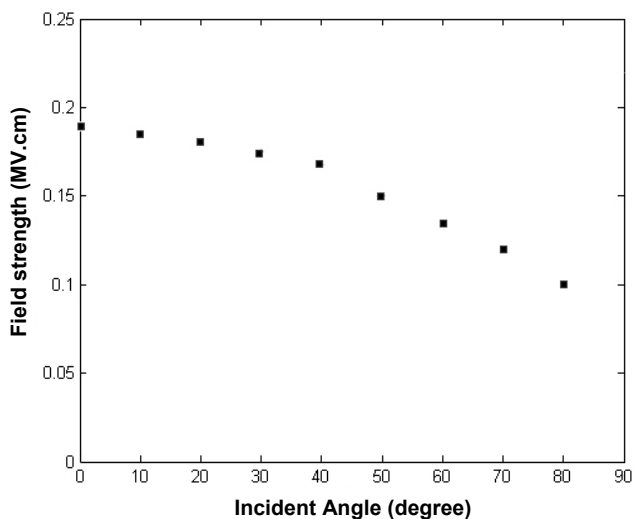
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad (11)$$

۵- مثال عددی

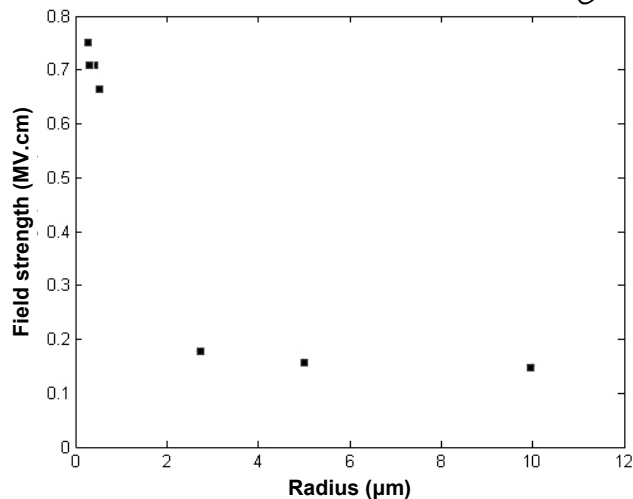
یک ردپا به عنوان مرجع انتخاب و بیشینه شدت میدان با تغییر در پارامترهای ورودی به دست می‌آید.

$L=160\mu m$, $R=5\mu m$, $D=1000\mu m$, $V=2000\text{volts}$, $\theta=40^\circ$
زاویه‌ی برخورد: θ ، ولتاژ اعمالی: V ، ضخامت آشکارساز: D ،
شعاع انحنای: R ، طول ردپا: L

با تغییر طول ردپا از ۲۰ تا ۴۵۰ μm (با افزایش طول ردپا تا نزدیکی صفحه‌ی متقابل) شدت میدان به طور خطی افزایش می‌یابد و در صورتی که ردپا به نزدیک صفحه‌ی متقابل برسد (ردپای بلند) افزایش شدیدی در شدت میدان مشاهده می‌شود. علت این امر آن است که افزایش طول ردپا باعث نزدیک شدن انتهای ردپا به صفحه‌ی متقابل می‌شود که تغییرات پتانسیل در آن



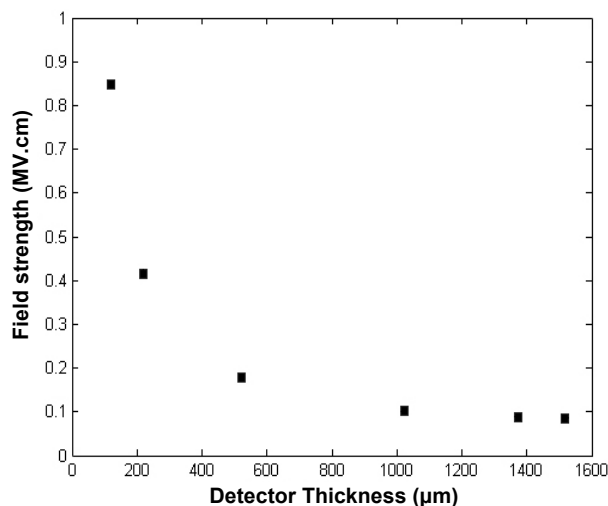
شکل ۱۴- تغییرات شدت میدان با زاویه‌ی فرودی ذره.



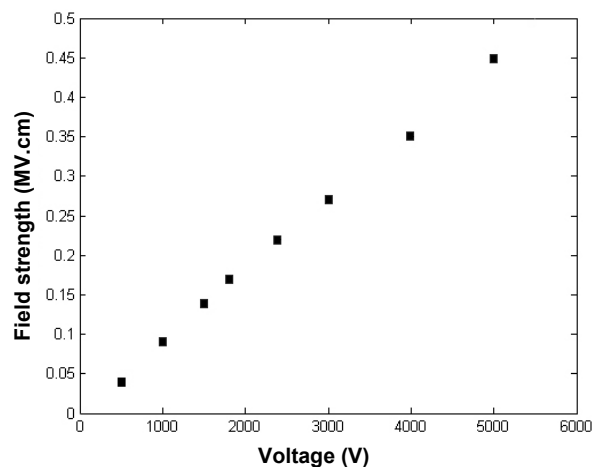
شکل ۱۱- تغییرات شدت میدان برحسب شعاع انتهای ردپا.

۶- نتیجه‌گیری

هدف این مقاله به دست آوردن شدت میدان الکتریکی در انتهای مسیر حرکت ذره‌ی باردار بود. این کار با ارایه‌ی مدل جدیدی برای حل معادله لاپلاس صورت گرفته است. در این روش علاوه بر در نظر گرفتن خواص و مفروضات مقالات قبلی سعی شده است نواقص مدل‌های قبلی در حل معادله‌ی لاپلاس برطرف شود. هم‌چنین با ذکر یک مثال و شبیه‌سازی آن با نرم‌افزار Matlab کارآیی روش مورد بررسی قرار گرفته است. پیشنهاد می‌شود برای حل معادله‌ی لاپلاس از دستگاه هذلولی یا بیضی‌وار استفاده شود. هم‌چنین روش ارایه شده برای دو بعد به سه بعد تعمیم داده شود.



شکل ۱۲- تغییرات شدت میدان به صورت تابعی از ضخامت آشکارساز.



شکل ۱۳- تغییرات شدت میدان با اختلاف پتانسیل اعمال شده.

**References:**

1. D.A. Yang, "Etching of radiation damage in lithium fluoride," *Nature*, 182, 375-377 (1958).
2. R.L. Fleischer, P.B. Price, R.M. Walker, E.L. Hubbard, "Thermal fission of heavy compound nuclei in thorite tracks detectors," *Phys Rev*, 177:2029-2035 (1966).
3. R.L. Fleischer, R.M. Walker, "Neutron flux measurements by fission tracks in solids," *Nucl. Sci. Eng*, 22:153-156 (1965a).
4. L. Tommasino, "Ernesto casnati and M. Marchetti the use of heavy ions for the evaluation of the polymer stability," Vol. 25, Issue. 7, 307-308 (July 1972).
5. M. Sohrabi and K. Becher, "The international journal of applied radiation and isotopes," Vol. 25, Issue. 7, 307-308 (1971).
6. G. Somogyi, I. Hunyadi, E. Koltay, L. Zolnai, "Nuclear instruments and methods," Vol. 147, Issue. 1, 287-295 (1977).
7. M. Sohrabi and E. Khajeian, "Some electrochemical etching studies on the registration of alpha particle tracks in polycarbonate," 407-413 (1981).
8. S.A. Durrani and R.K. Bull, "Solid state nuclear track detection," Principles, Methods and Applications. (Oxford, Pergamon Press), (1987).
9. R. Llic and M. Najer, *Nucl. Tracks Radiat. Measurement*, 17, 475 (1990d).
10. H. Heitmann and P. Hansen, "The healing behaviour of nuclear tracks in yttrium iron garnet films," *J. Appl. Phys.* 53: 483 (1982).
11. P. Hansen, H. Heitman, P.H. Smit "Nuclear tracks in iron garnet films," *Phys. Rev. B* 26: 3539 (1982).
12. N.A. Karamdust and S.A. Durrani, *Nucl Tracks and rad. Measurement*. Vol. 15, 295-299 (1988).
13. E. Pill, A. Scharmann, B. Wener, "Radiation protection dosimetry," Vol. 23, 179-182 (1988).
14. S.Y.Y. Leung, D. Nikezic, K.N. Yu, "Derivation of V function for LR 115 SSNID from its partial sensitivity to ^{222}Rn and its short-lived progeny," (2006).