



## اهمیت ساختارهای تو در تو در مدل سازی واریوگرام غیرجهتی مربوط به عیار کانسار اورانیم

داود جمالی<sup>۱\*</sup>، حسن مدنی<sup>۲</sup>

۱- معاونت اکتشافی شرکت امکا، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران - ایران  
۲- دانشکده مهندسی معدن، متالوژی و نفت دانشگاه صنعتی امیرکبیر، صندوق پستی: ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵، تهران - ایران

**چکیده:** مدل سازی درست واریوگرام غیرجهتی و کلی عیار یک کانسار، نقش بسیار مهمی را در نتایج مربوط به تخمین سه بعدی عیار و در نتیجه در توزیع آن در بلوک های تخمینی، ایفا می کند. کانسارهای اورانیم با توجه به تغییرپذیری زیاد عیار، اهمیت مدل سازی مناسب واریوگرام را بیش تر نمایان می سازند. در این تحقیق، براساس مجموعه ای از مدل های برازش شده بر روی واریوگرام تجربی داده های عیار اورانیم مربوط به کمپوزیت های ۰/۵ متری، حاصل از تجزیه ی مغزه های حفاری بر روی کانسار اورانیم خشومی و انجام آزمون اعتبار متقابل، مناسب ترین مدل انتخاب و تأثیر نتایج مناسب حاصل از مدل های چند ساختاری در مقایسه با سایر مدل های معمول، مورد ارزیابی قرار گرفت. برای بررسی اعتبار مدل ها، آزمون اعتبار متقابل به کار رفت، طی آن و براساس مجموعه ای از شاخص ها چون میانگین اختلاف ها، اختلاف دو واریانس مقادیر تخمینی و واریانس داده های خام، به منظور تعیین صحت اعتبار مدل برازش شده، نتیجه گیری شد که مدل کروی دو ساختاری اعتبار بیش تری دارد و لذا اهمیت توجه به ساختارهای کوچک در مدل سازی واریوگرام، به ویژه برای کانسارهای اورانیم، بیش تر نمایان شد.

**واژه های کلیدی:** واریوگرام غیرجهتی، ذخیره های اورانیم، روش اعتبار متقابل، ناهمسانگردی، مدل های ساختاری

## Significance of Nested Structures in Modeling of Uranium Grade Omni Variogram for Uranium Mineral Deposit

D. Jamali Esfahlan<sup>1\*</sup>, H. Madani<sup>2</sup>

1- Deputy of Exploration and Preparation of Raw Materials for the Nuclear Industry Company of Iran, AEOI, P.O.Box: 14155-1339, Tehran - Iran  
2- Mine, Metallurgy and Petroleum Faculty of Amir-Kabir Industrial University, P.O.Box: 15875-4413, Tehran - Iran

**Abstract:** Accurate modeling of omni-directional assay variograms for a deposit, plays a very significant role in the results of 3-D assay estimation and therefore its distribution within the estimation blocks. The high grade variations in uranium deposits render the significance of accurate variogram modeling. By this research, some models have been fitted to the experimental variograms with 0.5 meter composited uranium assay data, resulted from chemical analysis of drill core samples, from a uranium deposit. Reciprocal validation test has been applied for selection and evaluating the effect of suitable results, from multi-structural models in compare with other proper types of models. Validity study of the models is conducted through the reciprocal validation test, based on a series of criteria such as the average of differences and the difference of estimated values and raw data, in order to determine the validity accuracy of the fitted model. It is concluded that the dual-structure spherical model has a higher validity and furthermore reveals the significance of minor structures in variogram modeling, specifically for uranium deposits.

**Keywords:** Omni-Directional Variogram, Uranium Deposits, Cross Validation Method, Anisotropy, Structural Models

\*email: djamali@aeoi.org.ir



## ۱- مقدمه

برای بررسی همبستگی و یا ساختار فضایی بین داده‌ها، از ابزار شناخته شده و بسیار معروف واریوگرام استفاده می‌شود. واریوگرام ابزاری است که واریانس وابسته به فاصله را در جهات مختلف نشان می‌دهد و در واقع یکی از ابزارهای بسیار مهم در آماره‌های دونقطه‌ای برای به تصویر کشاندن پیوستگی متغیر مورد بررسی است [۱]. واریوگرام میانگین مربعات تفاضل دو مقدار را به عنوان تابعی از فاصله محاسبه می‌کند، و در یک نمودار به نمایش می‌گذارد [۲]. در این مقاله داده‌های پرتو گامای حاصل از عملیات چاه‌پیمایی درون یک کانسار اورانیم ایران مرکزی، مورد استفاده قرار گرفته و با استفاده از یک تبدیل مناسب، مقدار اورانیم معادل در طول مغزه‌ها به عنوان تابعی از گاما به دست آمده است [۳]. سپس با مقایسه‌ی واریوگرام کلی یا غیرجهتی بر روی این داده‌ها، تعدادی از مدل‌های شناخته شده شامل مدل‌های تک‌ساختاری کروی، تک‌ساختاری نمایی و دوساختاری کروی، بر روی مدل تجربی برازش شد [۴]. با انجام آزمون‌های اعتبارسنجی متقابل بر روی این مدل‌ها، مشخص شد که مدل دوساختاری کروی نسبت به سایر مدل‌ها اعتبار بیشتری دارد، و از آن می‌توان به عنوان مدلی مناسب در تخمین‌های کریجینگ استفاده کرد. این موضوع اهمیت توجه به ساختارهای کوچک-مقیاس را بیش‌تر روشن می‌سازد، زیرا ساختارهای کوچک-مقیاس یا درون‌گمانه‌ای، در مقابل ساختارهای بزرگ-مقیاس یا بین‌گمانه‌ای، به طور معمول در ابتدای واریوگرام‌ها و با شیبی بیش‌تر ظاهر می‌شوند، و عدم توجه به این ساختارهای کوچک ممکن است تأثیراتی هر چند اندک بر روی نتایج تخمین و یا شبیه‌سازی داشته باشند.

## ۲- داده‌های خام مورد استفاده

### ۲-۱ داده‌های گامای کل حاصل از عملیات چاه‌پیمایی

با استفاده از سوند گامای دستگاه چاه‌پیمایی، نمودارهای گاما تهیه شدند. با استفاده از این نمودارها می‌توان به صورت کیفی زون‌های کانی‌سازی شده را مشخص ساخت و با رقومی کردن آن‌ها به بررسی ساختار فضایی در داخل کانسار پرداخت. در این تحقیق مجموعاً از داده‌های گامای رقومی شده‌ی ۶۷ حلقه گمانه حفاری استفاده شده است [۳].

## ۲-۲ داده‌های حاصل از تجزیه‌ی مغزه‌های حفاری

براساس اطلاعات حاصل از نمودارهای چاه‌پیمایی گاما و با مشخص شدن زون‌های کانی‌سازی، نمونه‌برداری سیستماتیک از این زون‌ها، کمر بالا و کمر پایین به فواصل منظم ۰٫۵ متری از مغزه‌های حفاری انجام گرفت تا بتوان با استفاده از آنالیز XRF عیار اورانیم و توریم در فواصل ۰٫۵ متری در طول گمانه‌ها را به دست آورد. تعداد کل نمونه‌های برداشت شده از مغزه‌های حفاری ۴۱۸۵ عدد از ۶۷ حلقه گمانه‌ی حفاری است. مقدار متوسط اورانیم نمونه‌ها ۱۰۰ppm بوده و حداکثر به ۸۰۰۰ppm می‌رسد [۳].

## ۳- تعیین رابطه بین پرتو زایی گاما و مقدار اورانیم حاصل

### از آنالیز XRF

با توجه به ویژگی‌های کانسار مورد بررسی و تغییرات شدید عیار اورانیم در آن، نبود شکل هندسی خاص برای کانسار، تناوب زیاد ماده‌ی معدنی و باطله، و کافی نبودن آنالیزهای XRF در کل شبکه‌ی حفاری [۳]، تصمیم گرفته شد که با ارایه‌ی رابطه خطی بین گامای حاصل از چاه‌پیمایی و آنالیز XRF بتوان به کمیتی تحت عنوان اورانیم معادل دست یافت که کل شبکه‌ی حفاری را پوشش دهد، و این کمیت به عنوان داده‌ی اولیه برای بررسی‌های زمین آماری در نظر گرفته شود.

بدین منظور، ابتدا داده‌های گاما که به فاصله‌های ۵ سانتی‌متری برداشت شده بودند، در فواصل ۰٫۵ متری مطابق با فواصل نمونه‌برداری مغزه‌های حفاری کمپوزیت<sup>(۱)</sup> شدند. در این پردازش، فواصل و بازه‌های داده‌های گاما با فواصل اندازه‌گیری عیار اورانیم یکی شدند. بررسی همبستگی و رگرسیون خطی به این صورت انجام شد که متغیری که خطای اندازه‌گیری آن ناچیز است به عنوان متغیر مستقل (X) در نظر گرفته شد (گرچه به طور واقعی متغیر X هم دارای خطا است) [۲]، در این مطالعه برای بررسی رگرسیون خطی بین داده‌های گاما و آنالیز، داده‌های گاما به عنوان متغیر X در نظر گرفته شدند. به علت وجود جابه‌جایی مابین گاما و عیار اورانیم در بعضی زون‌های پرتوزا، بررسی همبستگی گاما و عیار (حاصل از داده‌های آنالیز XRF) با این وضعیت مناسب نیست. لذا تصمیم بر آن شد تا فواصل ۳٫۰۵ متری (طول لوله‌ی حفاری که مختصات ابتدا و انتهای آن را پلاک‌های حفاری مشخص می‌کند) داده‌های گاما و نیز داده‌های



شود، ضمن آن که سطح اطمینان‌های مهندسی لازم را بدون در نظر گرفتن درست این پارامترها نمی‌توان تأمین کرد. یکی از مهم‌ترین این عوامل، تعیین و مدل‌سازی بیضوی ناهمسانگردی<sup>(۳)</sup> مربوط به متغیر مورد تخمین (مانند عیار اورانیم و یا هر کمیت دیگر) است [۵]. ناهمسانگردی موردنظر در این بحث ناهمسانگردی هندسی است. در این نوع از ناهمسانگردی، وارویگرام جهتی، در جهات مختلف دارای سقف برابر بوده ولی دامنه‌ی تأثیر متفاوت دارد. این عامل (ناهمسانگردی) یکی از پیش‌نیازهای اصلی در تخمین‌های سه‌بعدی در روش‌های زمین-آماري و روش عکس مجذور فاصله است. با مشخص شدن ناهمسانگردی در داخل یک کانسار، در واقع مجموعه‌ای از جهات با اندازه و مقادیر مربوط به آن‌ها مشخص می‌شود که تداعی‌کننده‌ی جهاتی با بیش‌ترین و کم‌ترین تغییرپذیری هستند [۴ و ۵]. به هنگام فرایند تخمین مهم آن است که بتوان تشخیص داد که در چه روندهایی از کانسار تغییرپذیری عیار به حداقل مقدار خود می‌رسد، زیرا جهاتی که دارای کم‌ترین میزان تغییرپذیری هستند، در عین حال، بیش‌ترین پیوستگی را از لحاظ عیار دارند [۶]. به این جهات و روندهای با بیش‌ترین پیوستگی عیار، باید بیش‌ترین ضریب وزنی را در انتخاب نقاط مورد نیاز برای تخمین اختصاص داد تا در نهایت تخمین‌های سه‌بعدی، هم‌خوانی مناسبی با شرایط تشکیل کانی‌سازی داشته باشند [۶]. کانی‌سازی در کانسار موردنظر از نوع کانی‌های ثانویه و متشکل از کانی‌های زرد بولتوودیت و اورانوفان در سطح شکستگی‌ها می‌باشد [۳] که حاصل زون برشی<sup>(۴)</sup> است [۷] (شکل ۲).



شکل ۲- نمایی از کانی‌های ثانویه متشکل از کانی‌های زرد بولتوودیت و اورانوفان در سطح شکستگی‌ها.

عیار اورانیم کمپوزیت شوند. با حذف داده‌های با مقادیر درصد بازیابی زیر ۸۰ درصد، ضریب همبستگی بین مقادیر داده‌های گامای حاصل از چاه‌پیمایی و داده‌های آنالیز XRF در حد قابل‌قبولی بالا رفت ( $R^2 = 0.63$ ) (شکل ۱).

با انجام رگرسیون خطی بر روی نمودار، رابطه‌ی تبدیل گاما به عیار اورانیم معادل به صورت زیر به دست آمد

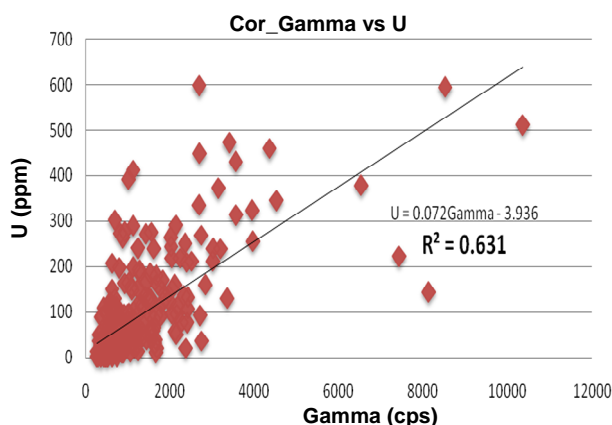
$$e_U = 0.072\gamma - 3.936 \quad (1)$$

که در آن،  $e_U$  عیار اورانیم (محور عمودی) برحسب ppm و  $\gamma$  میزان پرتو گاما (محور افقی) برحسب شمارش بر ثانیه (cps) است [۳].

برای برازش خط به داده‌ها و به دست آوردن رابطه‌ی خطی و یا غیرخطی، از روش‌های مختلفی مانند روش چشمی، روش معدل‌گیری، روش کم‌ترین مربعات معمولی و روش خط ساختاری استفاده می‌گردد [۲]، در این مقاله از روش کم‌ترین مربعات معمولی<sup>(۲)</sup> برای به دست آوردن رابطه‌ی (۱) استفاده شده است. این روش براساس کم‌ترین مربعات انحراف نقاط (داده‌ها) از خط برازش شده بنا شده است.

#### ۴- تعیین ناهمسانگردی داده‌های e-ppm و مدل‌سازی بیضوی ناهمسانگردی عیار اورانیم معادل در مناطق کانی‌سازی شده

در تخمین بهینه‌ی سه‌بعدی در کانسار، عوامل متعددی اهمیت دارند؛ در صورت محاسبه‌ی نادرست و یا حتی تقریبی آن‌ها، ممکن است نتایج نادرستی از تخمین و ارزیابی ذخیره حاصل



شکل ۱- نمودار پراکنش عیار اورانیم و گامای کمپوزیت شده در فواصل ۳۷۰۵ متری برای داده‌های با درصد بازیابی مغزه‌ی بزرگ‌تر از ۸۰٪.



مقادیر کوواریانس در منطقه‌ی مورد بررسی با استفاده از نرم‌افزار زمین آماری Gslib محاسبه شد [۶] و حل ماتریس مربوط به جهت‌های ویژه بردارها و ویژه مقادیرها به کمک نرم‌افزار Mathematica انجام پذیرفت. پس از محاسبه‌ی ماتریس یاد شده، می‌بایست مقادیر و ویژه بردارهای این ماتریس محاسبه شوند. ویژه بردارها، طول هر محور را مشخص می‌کنند. ماتریس  $3 \times 3$  مربوط به کوواریانس داده‌های عیار معادل اورانیم در کانسار با استفاده از داده‌های e-ppm و با به کارگیری نرم‌افزار زمین آماری Gslib به شرح زیر به دست آمد [۳، ۵ و ۶]

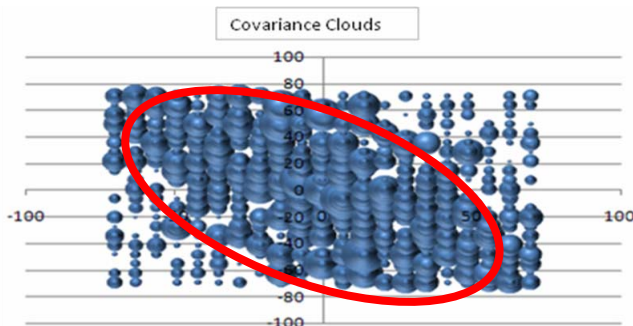
$$\begin{bmatrix} 23553077188 & -15149221643 & 604712155 \\ -15149221643 & 30231035228 & 1044962683 \\ 23553077188 & 1044962683 & 17134121853 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

داده‌های مورد استفاده در نرم‌افزار Gslib، داده‌های عیار معادل اورانیم در فواصل کمپوزیت شده‌ی ۰٫۵ متری هستند. وضعیت ابرهای کوواریانس که این ماتریس را تشکیل داده‌اند در شکل ۳ نشان داده شده است.

در مرحله‌ی بعد، ماتریس  $3 \times 3$  حل شد تا ویژه بردارها و نسبت بین ویژه مقادیرها به دست آید. برای به دست آوردن بردارها و ویژه مقادیرها از نرم‌افزار mathematica استفاده شد. بردارهای اصلی، شبه اصلی و فرعی، به ترتیب، جهت محوره‌های بزرگ، متوسط و کوچک بیضی وار ناهمسانگردی عیار اورانیم و یا به عبارت دیگر جهت غالب شکستگی‌های همراه با کانی‌سازی‌های ثانویه را تداعی می‌کنند. در نهایت، مقادیر بین نسبت‌های محوره‌های بیضی وار ناهمسانگردی نیز محاسبه شد

$$\text{Major / Minor} = 1.94$$

$$\text{Major / Semi - major} = 1.56 \quad (۴)$$



شکل ۳- توزیع فضایی ابرهای کوواریانس کمپوزیت‌های ۰٫۵ متری e\_ppm\_u به منظور مشخص کردن بیضی وار ناهمسانگردی عیار اورانیم.

#### ۴-۱ استفاده از مؤلفه‌های اصلی برای یافتن ناهمسانگردی

استفاده از ابزار مؤلفه‌های اصلی، راه حل نسبتاً سریع و مناسبی برای به دست آوردن حدود جهت‌های ناهمسانگردی است [۵]. در این روش، هر دو نقطه که در فضای داخل کانسار (نقاط دارای عیار اورانیم در طول گمانه‌ها) به فاصله‌ی h از یک‌دیگر قرار داشته باشند، با برداری به یک‌دیگر وصل می‌شوند. این بردار یک ابتدا<sup>(۵)</sup> و یک انتها<sup>(۶)</sup> دارد. اگر ابتدای این بردار را در مبدأ مختصات قرار دهیم، انتهای آن در فضا با فاصله‌ی h از آن قرار می‌گیرد. اگر این عمل برای همه‌ی داده‌های موجود در داخل کانسار انجام شود، ابری از نقاط حول مبدأ مختصات تشکیل می‌شود. حال اگر کره‌ای حول این نقاط متناسب با کوواریانس بین آن‌ها (کوواریانس بین دو نقطه‌ی واقع در ابتدا و انتهای بردار) در نظر بگیریم، این ابر به صورت دایره‌ها و کره‌هایی فضای سه‌بعدی را پر می‌کند [۲]. در حالت کلی معمولاً ابر موردنظر در جهات خاصی کشیدگی دارد که جهات ناهمسانگردی را نشان می‌دهد [۲ و ۵]. در این صورت می‌توان به ابر موردنظر یک بیضی یا بیضی وار، که محور بزرگ آن هم‌امتداد با بیش‌ترین کشیدگی آن است، برازش کرد. برای برازش بیضی وار از روش مؤلفه‌های اصلی استفاده می‌شود [۵]. در این روش، ویژه بردارهای امتدادهای عمود برهم، بیش‌ترین یا کم‌ترین تغییرپذیری را معرفی می‌کنند و طول محوره‌های بیضی وار را به دست می‌دهند. برای محاسبه‌ی کوواریانس بین دو نقطه در ابتدا و انتهای این بردار لازم است که کوواریوگرام غیرجهتی داده‌ها محاسبه و مدل‌سازی شود [۲ و ۵]. در این صورت با قرار دادن فاصله‌ی بین هر دو نقطه‌ی مطلوب واقع در ابتدا و انتهای یک بردار، مقدار کوواریانس نظیر آن به دست می‌آید. برای تحلیل مؤلفه‌های اصلی، کافی است ماتریس  $3 \times 3$  زیر حل شود [۲ و ۵]

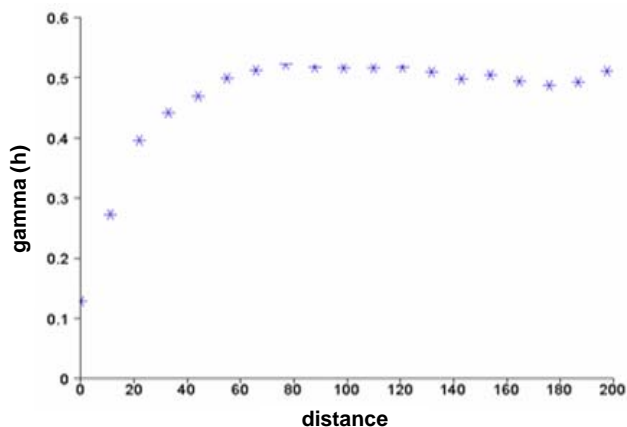
$$\begin{bmatrix} \sum C_i X_i^2 & \sum C_i X_i Y_i & \sum C_i X_i Z_i \\ \sum C_i X_i Y_i & \sum C_i Y_i^2 & \sum C_i Y_i Z_i \\ \sum C_i Z_i X_i & \sum C_i Z_i Y_i & \sum C_i Z_i^2 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

این ماتریس از نوع ماتریس متقارن است، که در آن  $X_i, Y_i, Z_i$  مؤلفه‌های بردار فضایی و  $C_i$  مقدار کوواریانس به ازای فاصله‌ی h است. مقدار کوواریانس با استفاده از معادله‌ی کوواریوگرام غیرجهتی برازش شده به داده‌ها، به دست می‌آید.



**جدول ۱- مشخصات جهات اصلی بیضی وار ناهمسانگردی عیار اورانیم در داخل کانسار.**

نوع بردار	جهت بردار در فضای سه بعدی داخل کانسار
اصلی	(۰٫۱۷، ۰٫۷۷، -۰٫۶۲)
شبه اصلی	(۰٫۹۸، ۰٫۱۰۲، ۰٫۱۵)
فرعی	(۰٫۱۸، ۰٫۶۱، ۰٫۷۶)



Logarithmic Variogram

شکل ۵- واریوگرام تجربی برای e\_ppm\_u

#### ۵-۱ انواع مدل‌های ساختاری برای برازش

##### ۵-۱-۱ مدل یک ساختاری کروی

این مدل از مبدأ مختصات شروع می‌شود و در نزدیکی مبدأ رفتار خطی دارد [۴]. با افزایش گام، منحنی به سرعت به سمت مقادیر بیش‌تر  $\gamma(h)$  صعود می‌کند و آن گاه به تدریج از شیب آن کاسته شده و در فاصله‌ی معینی که شعاع تأثیر نامیده می‌شود به بیشینه مقدار خود می‌رسد و در همین مقدار باقی می‌ماند. این فاصله "شعاع تأثیر" نامیده می‌شود [۴ و ۶]. در محدوده‌ی این فاصله مقدار متغیر ناحیه‌ای (که در این جا عیار اورانیم است) آزادانه تغییر نمی‌کند بلکه با توجه به مقادیر آن در سایر نقاط محدوده، مقداری را برمی‌گزیند که ساختار فضایی را نقض نکند. ولی در فواصل بزرگ‌تر از شعاع تأثیر، این وابستگی کم‌تر می‌شود و مقدار آن در یک نقطه از فضا تا حدود زیادی مستقل از مقدار آن در سایر نقاط است [۴].

معادله‌ی کلی واریوگرام مدل کروی به صورت زیر است [۴ و ۶]

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right) - \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right] & h \leq a \\ C_0 + C & h > a \end{cases} \quad (6)$$

با به دست آمدن جهت و امتداد محورهای اصلی بیضی ناهمسانگردی و نیز نسبت بین طول این محورها، مدل بیضی وار ناهمسانگردی عیار اورانیم به صورت شکل ۴ به دست آمد.

با تبدیل جهات مشخص شده در جدول ۱ می‌توان سمت، شیب، و زاویه‌ی میل بیضی وار ناهمسانگردی را به شرح زیر محاسبه کرد:

سمت محور اصلی: ۱۴۰ درجه، زاویه‌ی میل محور اصلی:

۱ درجه، شیب محور شبه اصلی: ۷۵- درجه

#### ۵- تعیین مدل کلی واریوگرام غیرجهتی و انجام آزمون‌های اعتبار متقابل

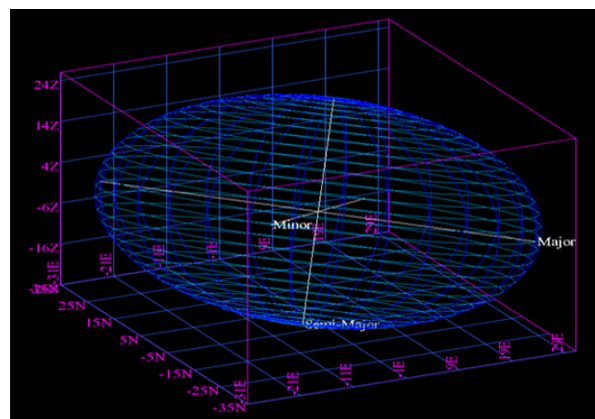
واریوگرام‌های غیرجهتی تجربی، با معادله‌ی زیر بیان می‌شوند [۲، ۴ و ۶]

$$\hat{\gamma}_M(h) = \frac{1}{2m(h)} = \sum_{i=1}^{m(h)} \{Z(X_i) - Z(X_i + h)\}^2 \quad (5)$$

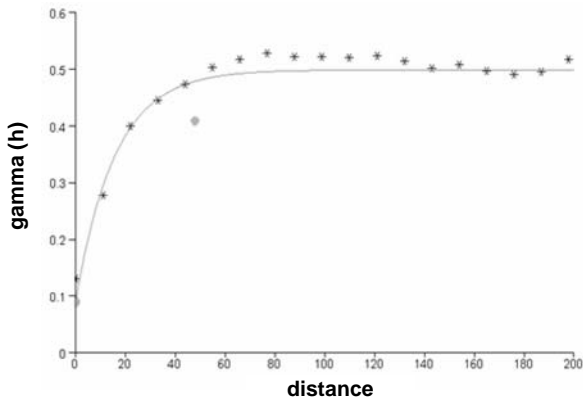
که در آن  $\hat{\gamma}_M(h)$ ، واریوگرام در فاصله‌ی گام داده شده‌ی  $h$ ،  $Z(X_i)$  و  $Z(X_i + h)$  مقادیر مشاهده شده‌ی  $Z$  در  $X_i$  و  $X_i + h$  و  $m(h)$  تعداد زوج نمونه‌های مربوط به گام  $h$  است.

واریوگرام تجربی بر مبنای داده‌های کمپوزیت شده‌ی عیار اورانیم معادل e-ppm ترسیم (شکل ۵) و گام<sup>(۷)</sup> مناسب برای واریوگرام کلی برابر ۱۱ متر انتخاب شد.

مدل‌هایی که می‌توان بر این واریوگرام تجربی برازش داد شامل مدل‌های تک ساختاری کروی، تک ساختاری نمایی و دوساختاری کروی است. هر سه مدل بر روی واریوگرام تجربی برازش و در نهایت با استفاده از آزمون اعتبار متقابل، بهترین و مناسب‌ترین مدل انتخاب شد.



شکل ۴- بیضی وار ناهمسانگردی مربوط به عیار اورانیم.



Logarithmic Variogram

شکل ۷- واریوگرام غیرجهتی لگاریتمی برای  $e\_ppm\_u$  با مدل برازش شده‌ی نمایی.

#### ۲-۲-۱-۵ مدل چندساختاری

در مواردی که ساختار از حالت تک‌ساختاری خارج می‌شود، برای مدل کردن واقعی تغییرات عیار کانسار باید مدل‌های چند ساختاری را به کار گرفت. حالت چندساختاری در واریوگرام، نشان‌دهنده‌ی تغییرات کوچک مقیاس و بزرگ مقیاس به طور هم‌زمان است [۴]. البته این پدیده در حالت‌هایی که خطای نمونه‌برداری هم زیاد است، رخ می‌دهد. به طور کلی اگر چنین تغییراتی در یک کانسار مشاهده شود، باید از مدل‌های چندساختاری کمک گرفت. این مدل‌ها را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از واریوگرام‌ها معرفی کرد که هر یک از واریوگرام‌ها ویژگی تغییرپذیری را در مقیاس خاصی بیان می‌کنند. رابطه‌ی این گونه واریوگرام‌ها به صورت زیر است [۴]

$$\gamma(h) = \gamma_0(h) + \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \dots + \gamma_i(h) \quad (8)$$

در رابطه‌ی (۸)،  $\gamma_0(h)$  ممکن است یک مدل سقف‌دار باشد که سریعاً به مقدار  $C_0$  می‌رسد و دربرگیرنده‌ی تغییرپذیری مربوط به خطای نمونه‌برداری و ناهمگنی ترکیبی<sup>(۸)</sup> است.  $\gamma_1(h)$  یک مدل سقف‌دار است که شعاع تأثیر آن نسبت به  $\gamma_0(h)$  بزرگ‌تر است و می‌تواند معرف تغییرپذیری مرتبط با ناهمگنی توزیعی<sup>(۹)</sup> ماده‌ی معدنی در فضا باشد. به همین ترتیب  $\gamma_2(h)$  و ... ممکن است معرف مدل‌های سقف‌دار دیگری باشند که شعاع تأثیر بزرگ‌تری دارند و هر یک ناهمگنی خاصی را منعکس می‌سازند [۸]. درجه‌ی ناهمگنی و تغییرپذیری نظیر آن، تابع مقیاس مورد بررسی است. مثلاً در مقیاس کوچک‌تر، مجموع تغییرپذیری

که در آن  $C_0$  اثر قطعه‌ای،  $C$  فاصله بین اثر قطعه‌ای با سقف واریوگرام و  $a$  شعاع تأثیر واریوگرام است.

مدل برازش شده برای داده‌های عیار اورانیم معادل کانسار مورد بحث، در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، پارامترهای این مدل به شرح زیر است

$$C_0=1278 \text{ (ppm}^2\text{)}, C=2353 \text{ (ppm}^2\text{)}, a=44.9 \text{ (m)}$$

#### ۲-۱-۵ مدل نمایی

#### ۱-۲-۱-۵ مدل یک‌ساختاری نمایی

این مدل نیز مانند مدل کروی از مبدأ مختصات شروع می‌شود و در حوالی مبدأ رفتار خطی دارد، ولی آهنگ صعود آن ملایم‌تر از مدل کروی است [۴].

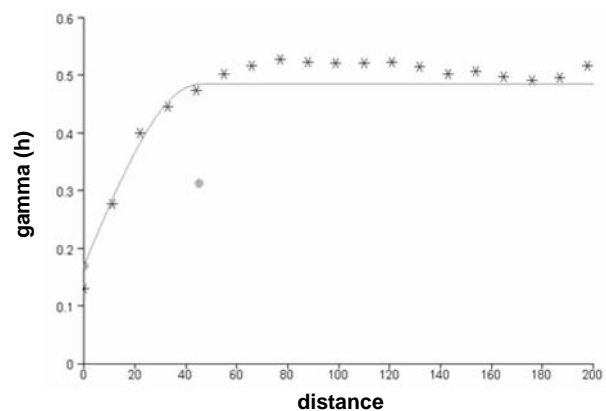
معادله‌ی واریوگرام نمایی به صورت زیر است [۲، ۴ و ۶]

$$\gamma(h) = C_0 + C(1 - e^{-\frac{h}{a}}) \quad (9)$$

که در آن  $C$  سقف واریوگرام،  $a$  شعاع تأثیر و  $C_0$  اثر قطعه‌ای است [۴].

مدل نمایی برازش شده برای داده‌های عیار اورانیم معادل در داخل کانسار مورد بحث، در شکل ۷ دیده می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۷ مشخص است، پارامترهای این مدل به صورت زیر می‌باشند

$$C_0=666.35 \text{ (ppm}^2\text{)}, C=3074 \text{ (ppm}^2\text{)}, a=47.7 \text{ (m)}$$



Logarithmic Variogram

شکل ۶- واریوگرام غیرجهتی لگاریتمی برای  $e\_ppm\_u$  با مدل برازش شده‌ی کروی.



ME به صورت زیر ارایه می‌شود [۸]

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z(X_i) - \hat{Z}(X_i)\} \quad (9)$$

MSE به صورت زیر است [۸]

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z(X_i) - \hat{Z}(X_i)\}^2 \quad (10)$$

که در آن N تعداد داده‌ها،  $Z(X_i)$  مقدار واقعی، و  $\hat{Z}(X_i)$  مقدار تخمین زده شده‌ی آن است.

MSDR به صورت زیر تعریف می‌شود [۸]

$$MSDR = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\{Z(X_i) - \hat{Z}(X_i)\}^2}{\hat{\sigma}^2(X_i)} \quad (11)$$

که در آن  $\hat{\sigma}^2(X_i)$  واریانس کریگینگ در نقطه است. هر چه MSDR به ۱ نزدیک‌تر شود، مدل انتخابی برای انجام کریگینگ، مناسب‌تر است [۹].

MeSDR از تقسیم مربع خطاها به واریانس کریگینگ برای هر داده، و سپس مرتب کردن مقادیر، تعیین می‌گردد و مقدار میانه‌ی داده‌ها به عنوان MeSDR پذیرفته می‌شود [۸]. در مواردی که مدل صحیحی برای کریگینگ انتخاب شود، MeSDR باید نزدیک به ۰٫۴۵۵ باشد، که میانه‌ی توزیع استاندارد  $X^2$  با یک درجه آزادی است.

## ۷- بحث و نتیجه‌گیری

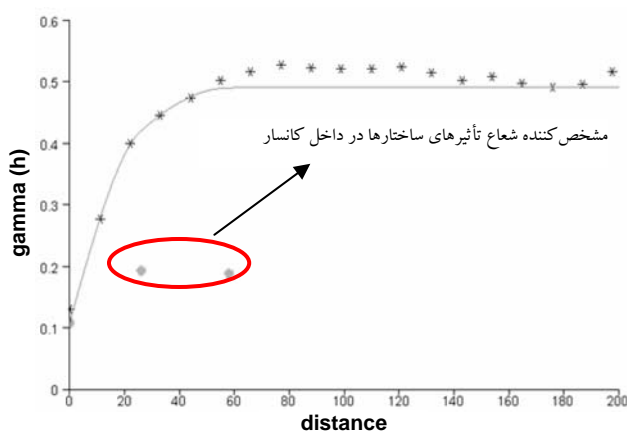
در مورد کانسار اورانیم مورد بحث، با استفاده از مدل‌های تئوری برازش شده و نیز پارامترهای بیضی وار ناهمسانگردی، برای نقاط حاوی داده‌های عیار اورانیم، مقدار عیار تخمین زده شد. سپس تفاضل هر داده از مقدار تخمینی آن محاسبه شد. به دلیل خطای ناشی از برازش مدل تئوری واریوگرام به مدل تجربی، در عمل این دو مقدار کمی با هم تفاوت دارند. این تفاوت نباید از حد معینی، که می‌توان آن را از پیش تعیین کرد، بیش‌تر شود. نتایج مربوط به آزمون اعتبار متقابل با استفاده از مدل کرووی برازش شده در جدول ۲ آمده است.

قابل مشاهده به مقدار  $\gamma_0(h) + \gamma_1(h)$  بستگی دارد، در حالی که برای فواصل بزرگ‌تر، به کل مقدار  $\gamma_i(h)$  وابسته است. مدل کرووی دوساختاری که می‌توان بر مدل تجربی برازش داد در شکل ۸ آمده است [۴].

پارامترهای این مدل برای ساختار اول  $C_0 = 811 (\text{ppm}^2)$ ،  $C_1 = 1456 (\text{ppm}^2)$ ،  $a_1 = 477 (\text{m})$  برای ساختار دوم  $C_2 = 1410 (\text{ppm}^2)$ ،  $a_2 = 578 (\text{m})$  می‌باشد.

## ۶- آزمون‌های اعتبار متقابل و انتخاب بهترین مدل

آزمون اعتبار متقابل، برای یک سری از مدل‌های برازش شده و مجموعه داده‌های مرتبط، قابل انجام است. این روش، شامل حذف هر داده به نوبت و سپس کریگینگ با پارامترهای وابسته به مدل و نقاط داده‌ای همسایه است [۲ و ۶]. شاخص‌های آماری مشتق شده از آزمون اعتبار متقابل در این بررسی، مواردی هم چون میانگین خطاها (ME)، میانگین مجذور خطاها (MSE)، میانگین مجذور نسبت انحراف‌ها (MSDR) و میانه‌ی مجذور نسبت انحراف‌ها (MeSDR) را در برمی‌گیرد. نسبت‌ها از مجذور خطاها مشتق شده‌اند و به منظور تشخیص بین مدل‌های واریوگرام برای دامنه‌ی داده‌های بررسی شده، قابل استفاده‌اند [۸ و ۹]. در سال ۲۰۰۰، MeSDR برای تعیین بهترین مدل، برای کریگینگ با داده‌های دارای چولگی پیشنهاد گردید [۹]، زیرا میانگین تحت تأثیر نامتقارنی قرار می‌گیرد، و به بیان دیگر، هنگامی که داده‌ها با مقادیر خارج از ردیف مخلوط شده‌اند، MSDR شاخصی قوی‌ای نیست [۹].



Logarithmic Variogram

شکل ۸- واریوگرام غیرجهتی لگاریتمی برای  $e\_ppm\_u$  با مدل برازش شده‌ی دوساختاری کرووی.

**پی‌نوشت‌ها:**

- ۱- Composite
- ۲- Ordinary Least Square
- ۳- Anisotropy Ellipsoid
- ۴- Shear Zone
- ۵- Head
- ۶- Tail
- ۷- Lag
- ۸- Compositional Heterogeneity
- ۹- Distribution Heterogeneity

**References:**

1. J. Caers and T. Zhang, "Multiple-point geostatistic: a quantitative vehicle for integrating geologic analogs into reservoir models," AAPG Memoir (2002).
2. A.A. Hasani Pak and M. Sharafodin, "Exploration data analysis," Tehran University Press (2002).
3. M.T. Tahmaseb Nezami, D. Jamali, M.R. Ghaderi, F. Mahdavi, H. Noroozi, M. Najafi, "Final estimation and evaluation report of block-i from anomaly-6 khoshoumi uranium deposit at the detailed stage," (2007).
4. A.A. Hasani Pak, "Geostatistics," (1998).
5. D.G. Krige, "The use of the principal component technique to define anisotropy details for spatial structures," AAMP, Colorado School Mines, Colorado (1999).
6. C.V. Deutsch, A.G. Journel, "GSLIB: geostatistical software library and user's guide," Oxford University Press, New York, 369 (1992).
7. M. Masoudi, "Khoshoumi (central iran) mountain structural research," M.Sc. Thesis (2006).
8. R. Kerry, M.A. Oliver, "Determining the effect of asymmetric data on the variogram," I. Underlying Asymmetry. Computers and Geosciences, Doi: 10. 1016/j. Cageo. 2007. 05. 008 (2007).
9. R.M. Lark, "A comparison of some robust estimators of the variogram for use in soil survey," European Journal of Soil Science 51(1), 137-157 (2000).

نتایج مربوط به آزمون اعتبار متقابل با استفاده از مدل نمایشی برازش شده و مدل دوساختاری کروی به ترتیب در جدول‌های ۳ و ۴ آمده است.

با بررسی نتایج مربوط به آزمون اعتبار متقابل در جدول‌های ۲ تا ۴ برای سه مدل و مقایسه‌ی مقادیر شاخص‌هایی که جهت انتخاب بهترین مدل لحاظ شده‌اند، مشخص می‌شود که در مورد مدل‌های نمایشی و مدل دوساختاری کروی، شاخص ME تا حد قابل‌قبولی به صفر نزدیک است، ولی این شاخص برای مدل کروی به خوبی دو مدل نمایشی و دوساختاری کروی نیست. شاخص‌های Teorical Krig Variance و Krig Error Variance برای دو مدل کروی و نمایشی تقریباً نزدیک هم‌اند و از مقدار آن برای مدل دوساختاری کروی بزرگ‌تر هستند. در مجموع مدل دوساختاری کروی که ساختار کوچک مقیاس را نیز به تصویر کشیده است، معتبر است. همان‌طور که اشاره شد ساختار کوچک مقیاس، نحوه‌ی پیوستگی عیار اورانیم درون گمانه‌ای را ظاهر می‌سازد، (در مقابل ساختار بزرگ مقیاس تغییرات عیار بین گمانه‌ای را به تصویر می‌کشد) و با توجه به نتایج آزمون اعتبار متقابل، نمی‌توان از ساختار کوچک مقیاس چشم‌پوشی کرد. با در نظر گرفتن همه‌ی این موارد می‌توان چنین استنباط کرد که مدل دوساختاری کروی نتایج بهتری را در مقایسه با مدل‌های دیگر ارائه می‌دهد. لذا، مدل نهایی کلی با این آزمون مدل دوساختاری کروی تأیید شده است.

**جدول ۲- نتایج آزمون اعتبار متقابل برای مدل برازش شده کروی.**

نوع شاخص برای اعتبارسنجی	مقدار شاخص
ME	۰٫۱۵۲۶
Krig Error Variance	۱۲۲۳٫۸۵
Teorical Krig Variance	۱۲۲۳٫۸۹

**جدول ۳- نتایج آزمون اعتبار متقابل برای مدل برازش شده نمایشی.**

نوع شاخص برای اعتبارسنجی	مقدار شاخص
ME	۰٫۰۸۱
Krig Error Variance	۱۱۳۱٫۸۶
Teorical Krig Variance	۱۱۳۱٫۹۱

**جدول ۴- نتایج تست اعتبار متقابل برای مدل برازش شده‌ی دوساختاری کروی.**

نوع شاخص برای اعتبارسنجی	مقدار شاخص
ME	-۰٫۰۰۶
Krig Error Variance	۱۲۲۲٫۱۲
Teorical Krig Variance	۱۲۲۲٫۱۸